La Lógica de la teoría clásica y neoclásica: diferencias y críticas teóricas[1]

[1] Adaptación de material didáctico de Economía del profesor Garegnani, prof. Ciccone y el Dr. Fratini, Uniroma tre.

Índice

La Lógica de la teoría clásica y neoclásica: diferencias y críticas teóricas [2]

La necesidad de un texto como éste surge puesto que en ningún libro se describen claramente los puntos de partida, supuestos, y desarrollos básicos de cada línea de pensamiento en la teoría económica. Sabido es que se confunden muchas veces debido a la apropiación de Ricardo por Marshall, y su simplificación en contenidos ajenos al original, como el uso de supuestos de rendimientos a escala, y el uso de funciones para expresar la relación de precios con cantidades.

No falta también las confusiones basadas en el criterio de ***maximización de beneficios*** como diferencia con los clásicos, o como característica individualizante de la teoría neoclásica, como así también que el agente que interviene en la producción y el consumo es ***racional***, o que la economía se mueve en ***libre competencia***[3] o bien características plenamente adoptables por ambas teorías, y que no las diferencian.

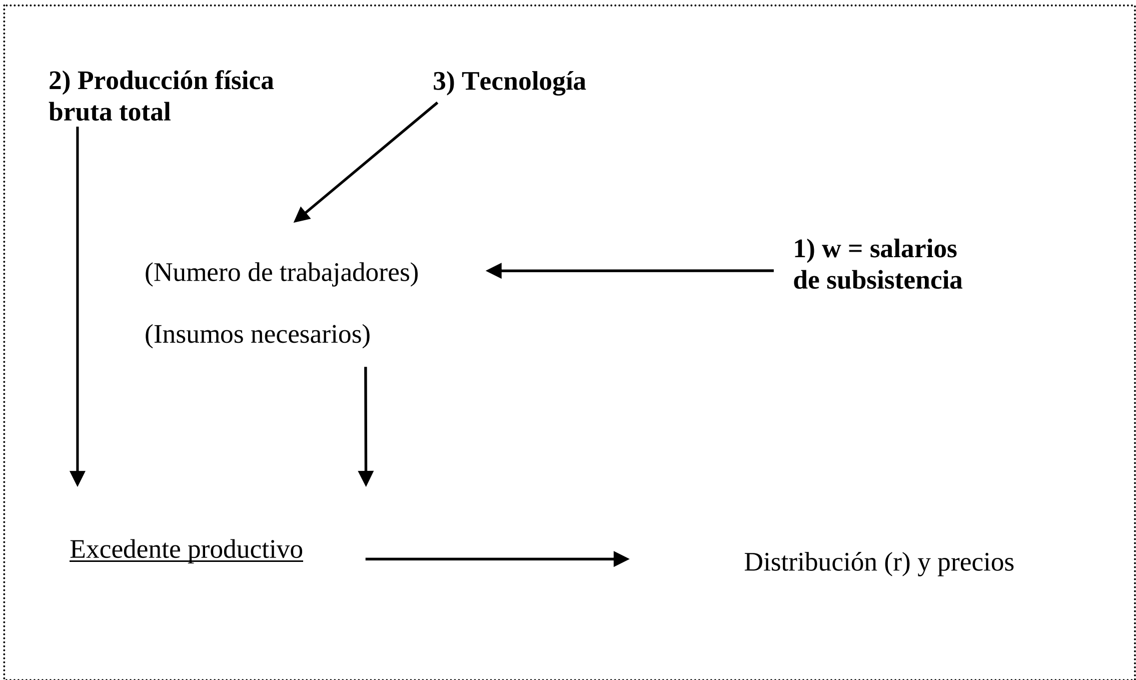
Por esto el intento de señalar las especificidades de ambos enfoques, para que sirva de primer punto en distintas materias de economía.

[2] Adaptación de material didáctico de Economía del profesor Garegnani, prof. Ciccone y el Dr. Fratini, Uniroma tre.

[3] En el caso de la economía clásica, el punto a destacar es que no haya barreras a la entrada en los sectores productivos y no *la infinitud de agentes*, como se supone en la economía neoclásica con la *competencia perfecta*. En los clásicos puede darse la libre competencia con tres competidores.

-I- El Core Clásico4

Se trata de ***datos intermedios*** de características socio-económicas, que se toman en un primer momento, como dadas exógenamente en pos de determinar los precios como variables incógnitas. En un segundo momento, luego de resolver los precios y la variable distributiva dependiente[5], la metodología clásica plantea la resolución de las cantidades, o “acumulación de capital”.[6]. Desde estos datos se determina el excedente de producción a distribuirse.



Datos intermedios para el cálculo de precios naturales y tasa de ganancia.
1-Salario físico
2-Producto social físico
3-Tecnología dominante

La Determinación de precios en los clásicos[7]

Los **precios naturales** son junto a la **tasa de beneficio r**, las **variables incógnitas** a resolver del sistema de precios clásico en el periodo largo. Dentro de esta corriente se consideran solamente teorizables, los precios naturales, que son obtenidos sin ningún recurso a la lógica marginalista. Los **precios de mercado** son precios temporarios, que oscilan o gravitan alrededor de los precios naturales y están sometidos a fenómenos accidentales no persistentes.
Las **cantidades producidas** son dadas, y son explicadas en su reproducción en un segundo momento de análisis, no simultáneamente con los precios naturales, normales o de producción, sino secuencialmente, luego de obtenerse los precios y *r*. Por lo que el ***core* clásico** debe verse como *variables intermedias,* que serán explicadas con la acumulación de capital, como las incógnitas, junto al análisis de selección de técnicas. Los precios se hallan determinados separadamente de las cantidades, puesto que no es la escasez relativa la que los determina.

---

[4] Garegnani, prof. Ciccone y el Dr. Fratini, A. Trezzini, (2002) Uniroma tre
[5] Existe la posibilidad de tomar como exógena a la tasa de interés del Banco Central como un piso de la tasa de ganancia, a la que esta ultima se aproxima, y dejar la tasa salarial como endógena. (ver Pivetti,1991)
[6] ver en Circus n°1, *Sobre Los Rendimientos De Escala En La Teoría Clásica De Los Precios* por Eduardo Crespo
[7] Precios naturales, normales o de producción son diversas denominaciones clásicas, par los precios teorizables.

El **salario** por su parte, es determinado por un complejo de circunstancias sociales e históricas[8], por lo que se lo considera un dato en el momento de calcular la división de la distribución del ingreso o excedente (residuo).

> *“una determinación separada de los salarios “exógenos”, que permite determinar los precios de las mercancías sin introducir funciones de demanda, naturalmente lleva, como estamos argumentando, a una determinación de productos también independiente de cualquier tipo de funciones y, de acuerdo a esto, separados de los precios, donde los outputs pueden entonces aparecer como “datos intermedios” en tanto dependen de las condiciones técnicas de producción”*
> Pierangelo Garegnani, (2007) p.187

Como se dijo, no se usan **relaciones funcionales** predeterminadas, para vincular a los precios con el **producto social físico**, en tanto que su evolución se hace en un momento posterior, separado del proceso de determinación de los precios y *r*.

No se postula ningún tipo de rendimientos a escala puesto que el análisis de precios se encuentra desvinculado en su cálculo, **es un análisis secuencial y no simultáneo de los precios naturales con las cantidades.** Para dar una idea de los problemas de suponer un tipo de rendimiento, se puede pensar como lo hizo Sraffa en sus trabajos críticos de las curvas de oferta en el sistema neoclásico de equilibrio parcial en 1925 y 1926, y más en general en su *Producción de mercancías*, en 1960

Se verá un ejemplo con dos mercancías, para deducir a partir del *core* clásico, **los precios y la tasa de beneficio**. Las cantidades producidas son tomadas como dadas en este primer momento.
Si la producción se basa en, **grano y acero**, el planteo general del excedente en términos físicos implicará:

$$E_g = G - (G_g + G_a) - w(L_g + L_a)$$
$$E_a = A - (A_g + A_a)$$

Donde E_i significa excedente en cada producción, G es la cantidad total de grano, G_g y G_a, es la cantidad de grano que se destina al grano y al acero respectivamente; L_g y L_a representan la cantidad de trabajadores que son contratados en el sector respectivo, y w es la cantidad de grano que se paga a los trabajadores per capita.
Se supone que en un sistema de **libre competencia** en donde los productores pueden ir a invertir donde la tasa de beneficios r fuese mayor. No importando a diferencia de la teoría neoclásica, el numero de competidores, sino solamente que **no existan barreras a la entrada. (Teoría clásica)**
Si a partir de la formulación física se desarrolla un sistema de precios se tendrán las variables Pi endógenas y la variable distributiva dependiente r como incógnitas:

1)- $$P_g G = P_g G_g (1+r) + P_a A_g (1+r) + wL_g P_g$$
2)- $$P_a A = P_g G_a (1+r) + P_a A_a (1+r) + wL_a P_g$$

De donde se puede ver que son dos ecuaciones y tres incógnitas: los precios y r. Si se intenta calcular r por medio del excedente total y el valor invertido, se obtendrá la siguiente razón, para luego resolver los precios relativos.

3)- $$r = \frac{E_a P_a + E_g P_g}{(A_a + A_g)P_a + (G_a + G_g)P_g}$$

[8] Sitrati, A. (1992)

Dividiendo por el precio del grano en el numerador como en el denominador, (igual a multiplicar por 1)

$$\textbf{4)-}\ r = \frac{E_a \, {}^{P_a}\!/_{P_g} + E_g}{(A_a + A_g)\, {}^{P_a}\!/_{P_g} + (G_a + G_g)}$$

De estas expresiones puede verse que no es posible resolver cual es la tasa de beneficio (*r*) del sistema, sin antes conocer los precios relativos ($\frac{P_a}{P_g}$), y que solo en el caso de ser igual a uno, el problema de la heterogeneidad del grano con el acero desaparecería: y el sistema sería de una sola mercancía. ($\frac{P_a}{P_g} = 1$). En ese caso r sería un "*rinde*" físicamente determinado, no importando los precios, puesto que la ecuación 3) tendría un numerador homogéneo con el denominador (economía grano, tanto como excedente e inversión en semilla). **Y de manera circular**, no se puede resolver los precios relativos de 1 y 2, si antes no se tiene *r*. Precios y tasa de ganancia, deben resolverse simultáneamente, y recién con esos resultados examinar la acumulación de cantidades. Se deberá pasar a una determinación simultánea de precios relativos y r en un sistema de precios.

★David Ricardo se encontró con este problema más de un siglo antes en que fuera definitivamente resuelto por Piero Sraffa en 1960.[9] Al día de hoy el grueso de la profesión de economistas ignora este problema e intenta resolver el sistema de precios dentro de la teoría neoclásica, haciendo incoherente su teoría de los precios, como veremos en la segunda parte. Ricardo intentó deducir los precios sin suponer el uso de funciones de producción y por lo tanto sin suponer rendimientos ex ante, su adopción de la ley de Say no implicaba el uso completo de tierras o trabajo, sino que en sus análisis existía desocupación de una y otra variable, siendo resultado de un no análisis, mas que de uno, en tanto hacia que la oferta generara la demanda.

Esto en el planteo actual de la teoría clásica no es así, puesto que la demanda efectiva, desarrollada por Keynes y Kalecki, cumple el papel de locomotora del crecimiento, una acumulación de capital tirado por la demanda.

★Volviendo al sistema de precios generado 1) y 2), se puede dividir a cada ecuación por las cantidades producidas en cada sector, generando así coeficientes técnicos:

$$\textbf{1)-}\ P_g = P_g \frac{G_g}{G}(1+r) + P_a \frac{A_g}{G}(1+r) + w\frac{L_g}{G} P_g$$

$$\text{2)-}\ P_a = P_g \frac{G_a}{A}(1+r) + P_a \frac{A_a}{A}(1+r) + w\frac{L_a}{A} P_g$$

Los coeficientes se los suele representar con letras minúsculas, e indican cual es la razón técnica de la producción de distintas mercancías, su expresión cuantitativa de **cuanto** de grano o acero es necesario con la técnica dominante, para hacer una unidad de grano o de acero. No se supone en estos coeficientes ninguna constancia, pero su análisis se efectúa con el análisis posterior de la evolución de las técnicas y de las cantidades.

$$\textbf{1)-}\ P_g = P_g g_g (1+r) + P_a a_g (1+r) + w l_g P_g$$

$$\text{2)-}\ P_a = P_g g_a (1+r) + P_a a_a (1+r) + w l_a P_g$$

En general el sistema de precios para *n* mercancías puede ser expresado a partir de los bienes que constituyen el salario, por ejemplo de *a* hasta *j* con $j<n$ donde n son todos los bienes que se producen.

[9] Piero Sraffa, *Producción de Mercancías por medio de Mercancías*, Oikos tau, 1960

Se construye así una canasta que forma parte del salario y se calcula el valor **de una unidad** de dicha canasta:

$$1p_{\lambda} = (\lambda_a P_a + \lambda_b P_b + \lambda_c P_c + ...+ \lambda_g P_g)$$

Si se toma como numerario a esta canasta, implicará medir los precios relativos con p_{λ}, lo que implica que p_{λ}=1, en su propia ecuación. (Se divide por si misma). **Es por esto que L_iw en las ecuaciones no se multiplica por algún P, sino por el precio de la canasta salarial que es igual a 1 (numerario)**

$$1 = (\lambda_a P_a + \lambda_b P_b + \lambda_c P_c + ...+ \lambda_g P_g)$$

El resto de las *n* mercancías se produce y son también medios de producción de los otros bienes en sus procesos productivos.

$$\begin{aligned}
Ap_a &= (A_a p_a + B_a p_b + ...+ N_a p_a)(1+r) + L_a w \\
Bp_b &= (A_b p_a + B_b p_b + ...+ N_b p_a)(1+r) + L_b w \\
&.. \\
Np_n &= (A_n p_a + B_n p_b + ...+ N_n p_a)(1+r) + L_n w \\
1 &= (\lambda_a P_a + \lambda_b P_b + \lambda_c P_c + ...+ \lambda_g P_g)
\end{aligned}$$

Las cantidades *A, B, …,N*, se consideran dadas en el *core*, y son **el producto social** y por la **tecnología dominante** conocida y dada, se puede conocer las cantidades $L_a…L_n$ de trabajadores como también las cantidades $A_a….N_a$ que son las cantidades necesarias para producir la mercancía *A*, y para B_i y N_i lo mismo.

Si se divide por las cantidades producidas *A, B,…N*, se obtendrán los coeficientes en minúsculas, que son relaciones entre cantidades dadas por lo que son ellas mismas dadas:

$$\begin{aligned}
p_a &= (a_a p_a + b_a p_b + ...+ n_a p_a)(1+r) + l_a w \\
p_b &= (a_b p_a + b_b p_b + ...+ n_b p_a)(1+r) + l_b w \\
&.. \\
p_n &= (a_n p_a + b_n p_b + ...+ n_n p_a)(1+r) + l_n w \\
1 &= (\lambda_a P_a + \lambda_b P_b + \lambda_c P_c + ...+ \lambda_g P_g)
\end{aligned}$$

Se define entonces n ecuaciones de precios y una ecuación que define la mercancía salario como medida de los precios, forman en definitiva (n+1) ecuaciones con (n+1) incógnitas, n precios y la tasa de beneficios r.

Volviendo al ejemplo de dos mercancías:

A los efectos de medir los precios relativos en una mercancía *numerario* por ej. el grano, los precios serán divididos por el precio del grano.

$$\textbf{1)-}1 = g_g(1+r) + \frac{P_a}{P_g} a_g (1+r) + wl_g$$

$$\textbf{2)-}\frac{P_a}{P_g} = g_a(1+r) + \frac{P_a}{P_g} a_a (1+r) + wl_a$$

De 1) se puede despejar la relación de precios que necesitábamos para calcular *r*:

$$\frac{P_a}{P_g} = \frac{1 - wl_g}{a_g(1+r)} - \frac{g_g}{a_g}$$

Se puede observar de esta expresión que no se puede conocer la relación entre precios, sin antes conocer la tasa de beneficio r. Ni al revés.
Esta relación entre precios relativos y *r* puede ser conocida por medio de las ecuaciones de precio de manera simultánea, que tienen solución para ambos a partir del *core* clásico, que sin embargo **no cambian la concepción de los beneficios como un valor que proviene del excedente.**

Si se despeja de la ecuación 2) se tendrá:

$$\frac{P_a}{P_g} = \frac{g_a(1+r)+wl_a}{1-a_a(1+r)}$$

Reemplazando en 1)

$$1 = g_g(1+r) + \left(\frac{\mathbf{g_a(1+r)+wl_a}}{\mathbf{1-a_a(1+r)}}\right)a_g(1+r) + wl_g$$

Se puede despejar r:

Sumando el miembro derecho y luego pasando su denominador común para el otro:

$$\mathbf{1-a_a(1+r)} = g_g(1+r)(\mathbf{1-a_a(1+r)}) + (\mathbf{g_a(1+r)+wl_a})a_g(1+r) + wl_g(\mathbf{1-a_a(1+r)})$$

Se supone ahora para que no nos quede una ecuación de segundo grado en *r* más difícil de resolver en esta instancia, que solo son insumos o mercancías básicas los coeficientes del acero, por lo que g_g y g_a son cero. El grano solo es alimento de los trabajadores, y no se usa en la producción. (caso totalmente irreal, pero hecho a fines de simplificar la cuenta)

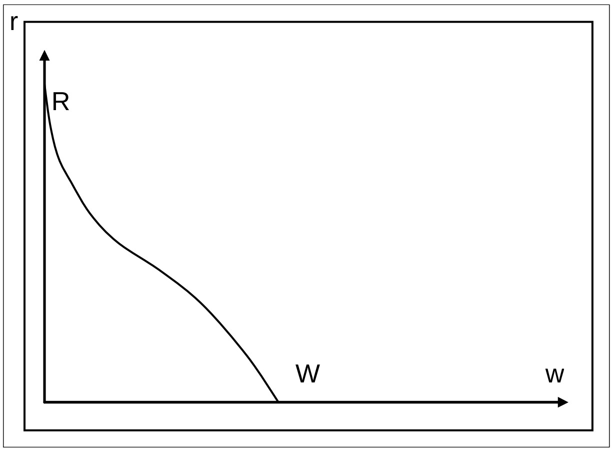
$$\mathbf{1-a_a(1+r)} = \mathbf{wl_a}a_g(1+r) + wl_g(\mathbf{1-a_a(1+r)})$$

$$\mathbf{1}-wl_g = \mathbf{wl_a}a_g(1+r) - \mathbf{a_a(1+r)}wl_g + \mathbf{a_a(1+r)}$$

$$\mathbf{1}-wl_g = (1+r)(\mathbf{w(l_a}a_g - \mathbf{a_a}l_g) + \mathbf{a_a})$$

$$r = \frac{\mathbf{1}-wl_g}{(\mathbf{w(l_a}a_g - \mathbf{a_a}l_g) + \mathbf{a_a})} - 1$$

La relación entre tasa de ganancia y salarios es inversa como se ve en el gráfico. No es una recta puesto que no se trata de una sola mercancía, en tanto los coeficientes pueden modificar la trayectoria.



Pero puede afirmarse de manera general, la pendiente es negativa en toda su trayectoria para variables positivas. Yen caso de una mayor cantidad de bienes, el *efecto precio* afectará la curvatura (polinomio decreciente) (Ver apéndice1). *R* indica la tasa de beneficio máxima del sistema, cuando $w=0$ y al revés con $r=0$, *W* será máxima. **Es decir que entre las dos clases sociales capitalistas y trabajadores, se disputan el excedente.**

Hemos visto entonces que desde la teoría clásica, pueden deducirse los precios relativos de las mercancías que se producen y dada una variable distributiva (por ej. el salario *w*) puede obtenerse también la tasa de beneficios.

La resolución de precios y *r* se desarrolla de forma **simultánea**, a partir del *core* dado de datos intermedios. (*w* físico, producto físico social y la tecnología adoptada).

La explicación de los datos intermedios del *core*, se darán con la explicación de la acumulación de capital (crecimiento), es decir que las cantidades y la tecnología pasaran a ser **incógnitas** de un nuevo problema dados los precios y *r*, halladas en un primer momento, **puesto que no pueden darse de manera simultanea, como lo realiza la economía neoclásica. Esta última teoría se vale de rendimientos ex ante asignados, por medio de funciones de producción, y su resolución por medio de curvas de oferta y de demanda.**

Piero Sraffa en 1960, realiza una crítica a estas formulaciones (previamente había hecho otras en 1926) donde **demuestra que dichas formulaciones no están coherentemente construidas**, que poseen incoherencias lógicas internas: esto es que **no puede hablarse de una cantidad de capital, sin antes haber dado exógenamente una variable distributiva** *(r* o *w* exógena), puesto que no tendremos los precios relativos para “medir” ese “capital”, por lo tanto no pueden formularse funciones de producción, que vinculen precios con cantidades, ex ante a la distribución.
Con esta crítica caen las ***parábolas neoclásicas*** (ver apéndice 2 y 3), y con el desarrollo adicional de la ***reversión del capital y el regreso de las técnicas***, resultados que llevan a refutar la necesidad de existencia de las pendientes negativas de las demandas de factores de la teoría neoclásica y que técnicas aptas para altos niveles de r sirven también para bajos niveles de *r*, habiendo pasado por otra técnica para *r* intermedios.

Tema renta de la tierra y rendimientos.

Renta diferencial extensiva

El tratamiento de los clásicos de la renta posee una simetría que fue aprovechada por los economistas marginalistas, para extenderlo a otros “factores” de capital. A partir de la reinterpretación de la teoría de la renta intensiva en Ricardo.

La existencia de rentas se debe en general a la existencia conjunta de dos o más técnicas productivas diferentes, que actúan en un mismo mercado produciendo el mismo producto. Sraffa capitulo 11 de Producción de mercancías por medio de mercancías.
http://www.geocities.com/alfonsoflorido3/cap11_tierra.tif

Surgiendo el problema del tratamiento de la tierra, en Ricardo no es cierto que se vinculen monótonamente el menor grado de fertilidad con una menor renta. Lo que implica que con rendimientos crecientes puede haber renta. La existencia de renta por lo tanto es independiente del tema rendimientos y en particular de rendimientos decrecientes.

Dada una relación capital/trabajo fija y dados los salarios incluidos en el capital avanzado. **Si existe un solo tipo de tierra** y muchos métodos conocidos para producir cereal, la renta de la tierra no aparecerá mientras la producción en dicha única calidad de tierra alcance para abastecer la demanda.

Si la tierra ya no puede abastecer la demanda, la suba del precio del grano genera competencia por la tierra que causa un surgimiento de la renta intensiva, cuando la suba de la renta baje las tasas de ganancia de las distintas técnicas. Si existe un método productivo menos conveniente (b) cuando la renta es cero, por ej. la técnica b, se utilizará la técnica a que es la que posee mayor tasa de ganancia.

Técnica a 5 unidades de grano de semilla se obtienen 9 unidades
Técnica b 12 unidades de grano de semilla se obtienen 18 unidades
Técnica c 16 unidades de grano de semilla se obtienen 23 unidades
Con ecuaciones:

$$5(1+r_a)+R=9$$

$$12(1+r_b)+R=18$$

$$16(1+r_b)+R=23$$

Donde r_i son las tasas de ganancia y R la renta, en ej. del Excel.

De una manera más general se puede formalizar de la siguiente manera suponiendo una economía dividida en dos sectores: una que produce n bienes industriales y otra que produce bienes agrícolas (grano). Donde los $n+1$ bienes son básicos, Si el grano se produce en k diversas calidades de tierras entre un total de s tipos de tierras, se tendrán $n+k$ procesos productivos.
Donde a_{ij} (con i y j de 1 a n) son los montos de bienes industriales i; a_{gj} es el monto de grano, l_j ese trabajo directo para producir los bienes industriales q_j.
Donde a^t_{ig} es la cantidad de bienes industriales necesaria para la producción de grano y también a^t_{gg} y l^t_g para producir grano (t de 1 a k), q^t_g. estas cantidades de producen en tierras distintas T^t con renta por hectárea de R^t , ademas p_j es el precio de una unidad de la mercancía j, p_g es el precio del grano, w la tasa salarial uniforme y r la tasa de ganancia uniforme.

$$(a_{11}p_1+.......+a_{n1}p_n+a_{g1}p_g)(1+r)+wl_1=q_1p_1$$

$$(a_{12}p_1+.......+a_{n2}p_n+a_{g2}p_g)(1+r)+wl_2=q_2p_2$$

.... (1)n ecuaciones

....

$$(a_{1n}p_1+.......+a_{nn}p_n+a_{gn}p_g)(1+r)+wl_n=q_np_n$$

$$(a^1{}_{1g}\,p_1 + ... + a^1{}_{ng}\,p_n + a^1{}_{gg}\,p_g)(1+r) + wl^1{}_g + R^1T^1 = q_g^1\,p_g$$
$$(a^2{}_{1g}\,p_1 + ... + a^2{}_{ng}\,p_n + a^2{}_{gg}\,p_g)(1+r) + wl^2{}_g + R^2T^2 = q_g^2\,p_g$$
.... (2)k ecuaciones

....

$$(a^k{}_{1g}\,p_1 + ... + a^k{}_{ng}\,p_n + a^k{}_{gg}\,p_g)(1+r) + wl^k{}_g + R^kT^k = q_g^k\,p_g$$

Existen entonces $n+k+3$ incógnitas y $n+k$ ecuaciones, tomándose una como numerario p_g=1, con precio de grano igual a uno, el salario dado y si la última tierra k menos productiva no posee renta, R^k =0, hará que la ecuación correspondiente se asemeje al resto de los bienes.

$$(a^k{}_{1g}\,p_1 + ... + a^k{}_{ng}\,p_n + a^k{}_{gg}\,p_g)(1+r) + wl^k{}_g = q_g^k\,p_g \quad (3)$$

la ecuación 3 sin renta es avalada por Ricardo cuando afirma:

> *El valor de los granos está -regido por la cantidad de trabajo gastada en su producción en las tierras de esa calidad, o con la porción de capital, que no paga renta alguna. No es caro el grano porque se pague una renta, sino que se paga una renta porque el grano es caro; y se ha observado con acierto que en nada se reduciría el precio del grano aunque los terratenientes renunciasen a toda su renta. Tal decisión permitiría, simplemente, que algunos granjeros viviesen como caballeros, pero no reduciría la cantidad de trabajo necesaria para cultivar los productos primos en las tierras menos productivas entre las que están en cultivo.* P.111

O más adelante:

> *Si el alto precio del grano fuese el efecto, y no la causa, de la renta, el precio se vería influido proporcionalmente según las rentas fuesen altas o bajas, y la renta sería una parte componente del precio* p.112

De tal manera que la ecuación 3) y el sistema 1) conforman un sistema de determinación de precios, que junto a 2) se pueden resolver las R^1…..R^{k-1} restantes.

Se puede entonces usar a cada tipo de tierra ubicándola como la tierra marginal, y obtener diversas tasas de ganancia, estableciendo un orden en base a la tasa máxima de ganancia en cada caso. Se puede tomar tantos sistemas 1) más la ecuación 3) como tipos de tierras usadas (con salarios dados y r positivas en todas las tierras). Se obtienen r distintas para distintas fertilidades de las tierras. La baja de la fertilidad se correspondía con la baja de r.

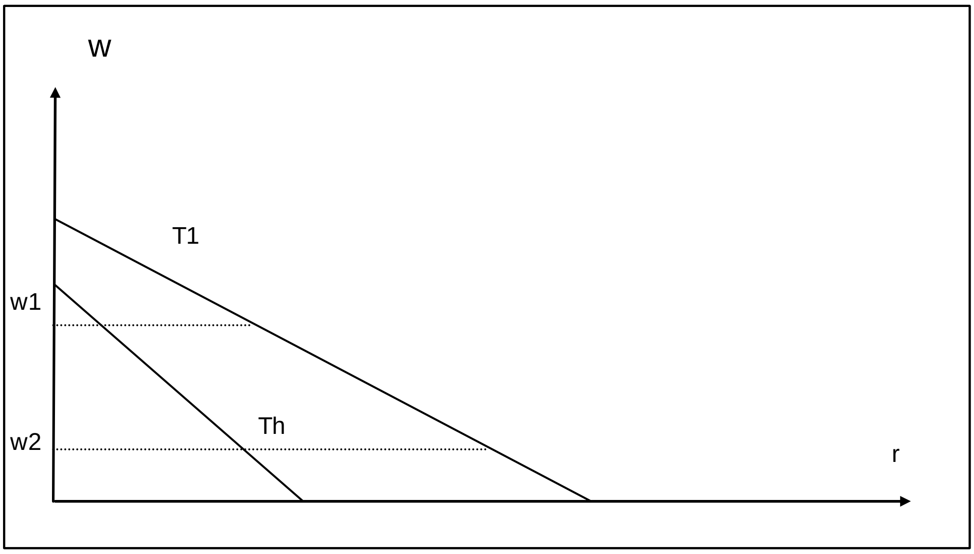
Ricardo asumía que el orden de fertilidad de las tierras estaba naturalmente dado –sin mejoras posibles- y sin alteraciones. Marx también opinaba que la fertilidad de la tierra era independiente del capital y que representaba una “objective property of land”. (Marx, libro III)

Sraffa contradijo este orden mostrando la dependencia de la productividad con la distribución.

Para un determinado salario w_1 el orden de tierras distintas en fertilidad se ordenara distinto a otro w_2 distinto del primero. Obviamente esto sucede porque los precios de las $n+1$ mercancías dependen del salario.

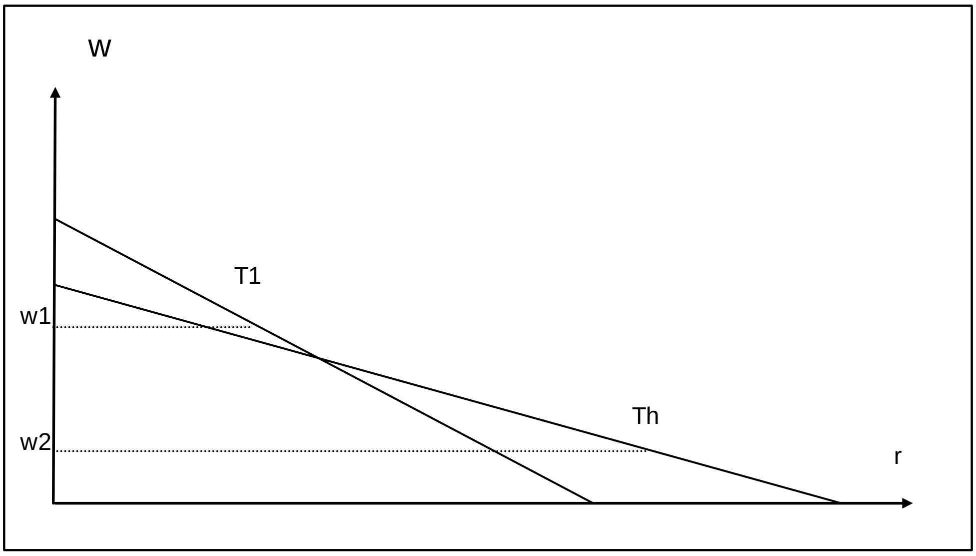
Cuando se dan cambios en el salario hipotéticos, los costos crecientes del precio del grano, en las distintas calidades de tierra, cambiarán (efecto Wicksell precio) por lo que a un w_1 la tierra de calidad T^1 **se obtiene una mayor *r*** que en la tierra T^h pero que a w_2 invierte el orden. (las tierras como técnicas).

El caso de Ricardo y Marx sería el del gráfico siguiente:



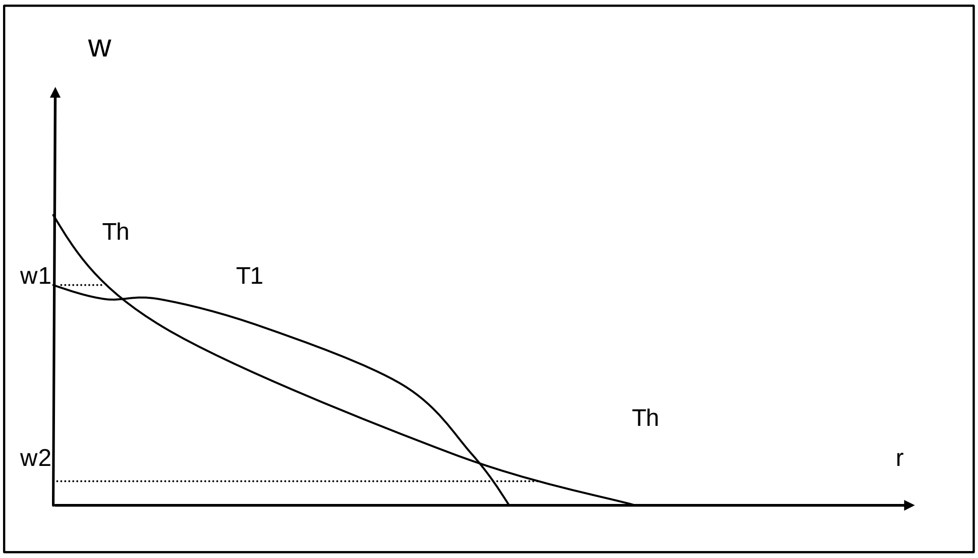
Donde siempre para todo *w* se mantiene que la tierra 1 es más rentable que la *h*

Si se considera en cambio los cambios en los precios con los de los salarios:



cambia el método de producción de grano con el cambio de w

y hasta se puede ver un reswitching en estos cambios:



Ahora se verá como la variación de loa *n+1* precios se produce con la "transición" de una mejor tierra a otra peor, a causa a su vez de una mayor demanda de grano. Para ello se supondrá un orden de mayor a menor en fertilidad de 1 a *k*, suponiendo que la mas fértil es la 1.

Como la demanda de grano crece se acaban las tierras T^1 y es necesario cultivar las tierras T^2, que generan una menor tasa de ganancia.

$$(a^1{}_{1g}\, p_1 + ... + a^1{}_{ng}\, p_n + a^1{}_{gg}\, p_g)(1+r) + wl^1{}_g + R^1 T^1 = q^1_g\, p_g$$
$$(a^2{}_{1g}\, p_1 + ... + a^2{}_{ng}\, p_n + a^2{}_{gg}\, p_g)(1+r) + wl^2{}_g = q^2_g\, p_g$$

Ricardo afirma:

> *Cuando, con el avance de la sociedad, se pasa a cultivar tierras del segundo grado de fertilidad, aparece inmediatamente renta en las de primera calidad, y la magnitud de esa renta dependerá de la diferencia de calidad existente entre estas dos porciones de tierras.* Ricardo p.106

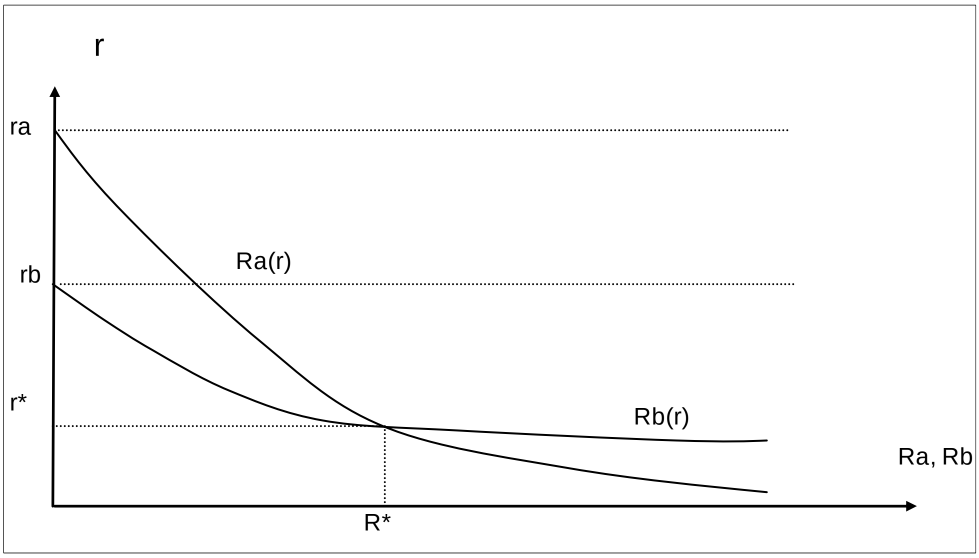
Los precios de los bienes industriales, son en esta situación estrictamente menores expresados en términos del precio del grano, respecto a la ecuación de la tierra T^1.Con una igual canasta de salarios reales cae la tasa de ganancia.
Con el aumento de la demanda de grano debido al aumento de la población, se deberá comenzar a producir con una tierra tercera de peor calidad:

> *Cuando se pasa a cultivar tierras de tercera calidad, aparece inmediatamente renta en las de segunda y esta renta está regida, como en caso anterior, por la diferencia existente entre ellas en cuanto a sus fuerzas productivas. Al mismo tiempo, aumentará la renta de la de primera calidad, pues ésta tiene que ser siempre superior a la renta de la de segunda calidad, en la proporción de la diferencia existente entre el producto que rinde una y otra, con una cantidad dada de capital y de trabajo.* Ricardo.

Si una determinada cantidad de trabajo y capital se aplica en la misma cantidad a las k diferentes tierras, será válido el punto de vista de Ricardo y de Marx, en que el orden de la tasa de renta y el capital invertido mantienen la congruencia a lo largo de las distintos tipos de tierras. De esta manera se omite la posibilidad de que exista divergencia entre los órdenes por renta y por tasa de ganancia.
Formalmente se expresaría como:

$$\frac{1}{T^1} * v^1 = ... = \frac{1}{T^k} * v^k \text{ para las k tipos de tierras}$$
$$\text{con } v^z = (a_{1g}^z, a_{2g}^z ......, a_{ng}^z, a_{gg}^z, l_g^z)$$

Si en cambio, los medios de producción agregados aplicados a distintos tipos de tierras varían, ya no se puede sostener la congruencia planteada por Ricardo y Marx. De acuerdo con Sraffa, las diferentes calidades de tierra requieren en general diferentes métodos de producción agrícola (insumos distintos, o los mismos en distintas proporciones, y de diferentes montos de trabajo directo), y los valores por lo tanto no variarán en el mismo sentido ante cambios en la distribución.
Con la gradual extensión de la producción de granos a peores y peores tierras, las rentas de mejores calidades de tierras comienzan a crecer. Si T^3 es inicialmente una tierra marginal, la renta por ha en T^1 es de $R^1{}_3 > R^2{}_3$ =renta en la tierra 2. Si una cuarta tierra se pone en cultivo, aparecerá una $R^1{}_4 > R^2{}_4$, **es decir que en la opinión de Ricardo y Marx, se mantiene el orden, cosa que en general Sraffa mostró que no es cierta.**
Puesto que dependen crucialmente de los precios de los bienes que son medios de producción, como de las proporciones usadas de dichas cantidades de medios en las distintos tipos de tierras.
Si las tierras de tipo T^1 necesitan insumos que están sujetos (posibilidad relativamente importante) de un efecto precio Wicksell positivo ($\frac{dP_i}{dr} < 0$) y los insumos y medios de producción de la T^2 están sujetos a (posibilidad relativamente importante) de un efecto precio Wicksell negativo ($\frac{dP_i}{dr} > 0$) se dará el caso que el valor de los medios de producción empleados en T^1 caerán mas lentamente que los de la T^2, haciendo que la renta en T^1 sea menor que la renta en T^2.
Si graficamos renta versus tasa de ganancia se podrá obtener un caso similar al ya visto con el salario.
Si existen dos procesos para producir grano en diferentes calidades: el proceso *a* se emplea en la tierra mas fértil y el proceso *b* en una tierra intermedia.



Si a un nivel de w exógeno T^a en la tierra marginal, la tasa de ganancia es r_a; si T^b es la tierra marginal, la tasa de ganancias es r_b ($r_a > r_b$) la tierra T_a posee renta cuando entra la otra tierra para cultivar y la tasa de ganancia r cae respecto de r_a.

La tierra T^b empieza a tener renta cuando entra una tierra de peor calidad aun y la tasa de ganancia cae respecto a r_b.
Mientras las tasas de ganancia caen, las rentas crecen, de manera que las rentas de la tierra T_a es mayor que las de T_b:

$$\left|\frac{dR^b}{dr}\right| < \left|\frac{dR^a}{dr}\right|$$

Estas curvas como se ve en el gráfico se cortan en (r*, R*), haciendo que para r>r*, $R^a>R^b$ y para r<r* $R^a<R^b$. **En el primer caso el orden coincide con el orden de la fertilidad de las tierras, en el segundo caso la menos fértil tiene más renta que la mas fértil, lo que contradice la visión de Ricardo y de Marx de que no se intersecan las curvas.**

Renta diferencial en una sola tierra: renta intensiva.

Teniendo una tierra homogénea para satisfacer la demanda de grano y usando dos técnicas diferentes, se puede entonces obtener una solar renta y un solo precio de la tierra que es renta capitalizada. Suponiendo que el grano es no básico. El sistema se puede descomponer en dos partes.

$$(a_{11}p_1 + ...+ a_{n1}p_n + a_{n1}p_g)(1+r) + wl_1 = q_1 p_1$$
$$(a_{12}p_1 + ...+ a_{n2}p_n + a_{n2}p_g)(1+r) + wl_2 = q_2 p_2$$
.... (1)n ecuaciones
....
$$(a_{1n}p_1 + ...+ a_{nn}p_n + a_{nn}p_g)(1+r) + wl_n = q_n p_n$$

$$(a^1{}_{1g}\,p_1 + ...+ a^1{}_{ng}\,p_n)(1+r) + wl^1{}_g + RT^1 = q_g^1 p_g$$
$$(a^2{}_{1g}\,p_1 + ...+ a^2{}_{ng}\,p_n)(1+r) + wl^2{}_g + RT^2 = q_g^2 p_g \quad \text{(2)2 ecuaciones}$$
.
donde R^1 y R^2 representan ahora diferentes dimensiones y no fertilidades.
Tal que R es mayor o igual a R^1+R^2.
Siendo n+2 ecuaciones con n+4 incógnitas: n precios de bienes industriales, el precio del grano, la renta R, w y r. tomando el precio del grano como numerario y el salario dado el sistema es cerrado.
La solución del primer sistema son los precios y la tasa de ganancia que insertados en el segundo sistema se obtiene la renta R y el precio del grano. Para que sean todos positivos, precios y renta, se requiere que mayores retornos por *ha* se caracterice por mayores costo por unidad de producto.
Las ecuaciones de los métodos productivos podrán ser escritos como:

$$c^1 + R\frac{T^1}{q_g^1} = p_g$$

$$c^2 + R\frac{T^2}{q_g^2} = p_g$$

$$c^i = \frac{(1+r)(a_{1g}^i p_1 + ...+ a_{ng}^i p_n) + wl_g^i}{q_g^i}$$

donde c^i son los costos de producir un porcentaje de grano por medio del método i.
despejando la renta R:

$$R = \frac{c^1 - c^2}{\dfrac{T^2}{q_g^2} - \dfrac{T^1}{q_g^1}}$$

la renta R será positiva si $c^1>c^2$ el mayor costo unitario del método 1 se asocia con la menor intensidad de tierra $\frac{T^2}{q_g^2} > \frac{T^1}{q_g^1}$

Si se analiza al grano como producto básico y con intensificación de la producción dada la tasa de salarios, puede verse como varían la renta, el precio del grano y la tasa de ganancia.

$$\begin{aligned}
&(a_{11}p_1 + ... + a_{n1}p_n + a_{g1}p_g)(1+r) + wl_1 = q_1 p_1 \\
&(a_{12}p_1 + ... + a_{n2}p_n + a_{g2}p_g)(1+r) + wl_2 = q_2 p_2 \\
&...................................... \qquad\qquad \text{(1)n ecuaciones} \\
&..................................... \\
&(a_{1n}p_1 + ... + a_{nn}p_n + a_{gn}p_g)(1+r) + wl_n = q_n p_n
\end{aligned}$$

$$\left.\begin{aligned}
&(a^1{}_{1g}\, p_1 + ... + a^1{}_{ng}\, p_n + a^1{}_{gg}\, p_g)(1+r) + wl^1{}_g + RT^1 = q_g^1\, p_g \\
&(a^2{}_{1g}\, p_1 + ... + a^2{}_{ng}\, p_n + a^2{}_{gg}\, p_g)(1+r) + wl^2{}_g + RT^2 = q_g^2\, p_g
\end{aligned}\right. \text{(2)2 ecuaciones}$$

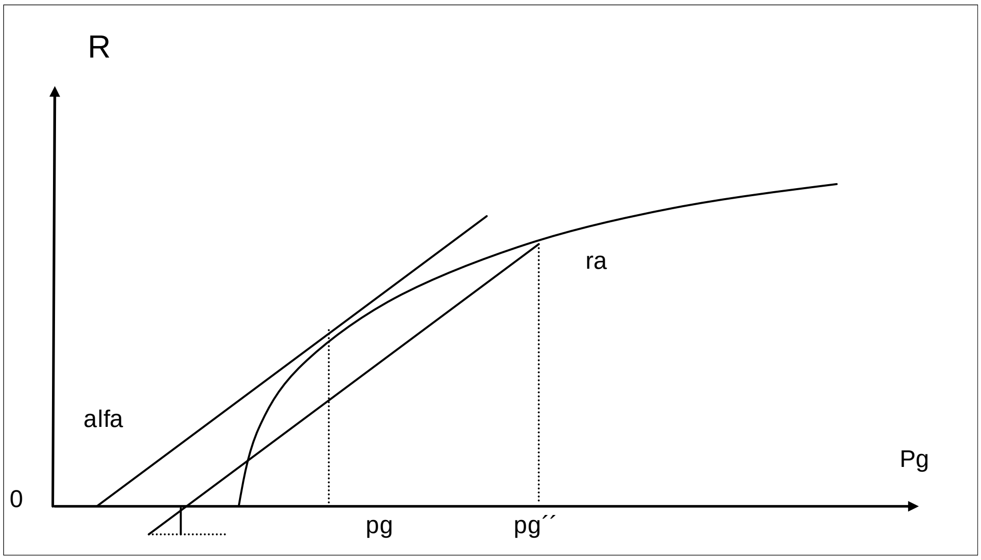
el sistema tiene dos grados de libertad, tomando al salario y a un precio p_1 como numerario el sistema queda cerrado.
El grano entra ahora directa como indirectamente en la producción del resto de las *n+1* mercancías, las funciones de renta $R^i(p_g)$ no son en general lineales, puesto que las variaciones de precio están conectadas con cambios en la tasa de ganancia y el resto de los precios, salvo uno que es el numerario.
Definiendo u^i como la productividad por *ha* del método *i*,
$u^1<u^2<\ldots<u^h$ y a

c^i como los costos unitarios del método *i*
$c^1<c^2<\ldots<c^h$

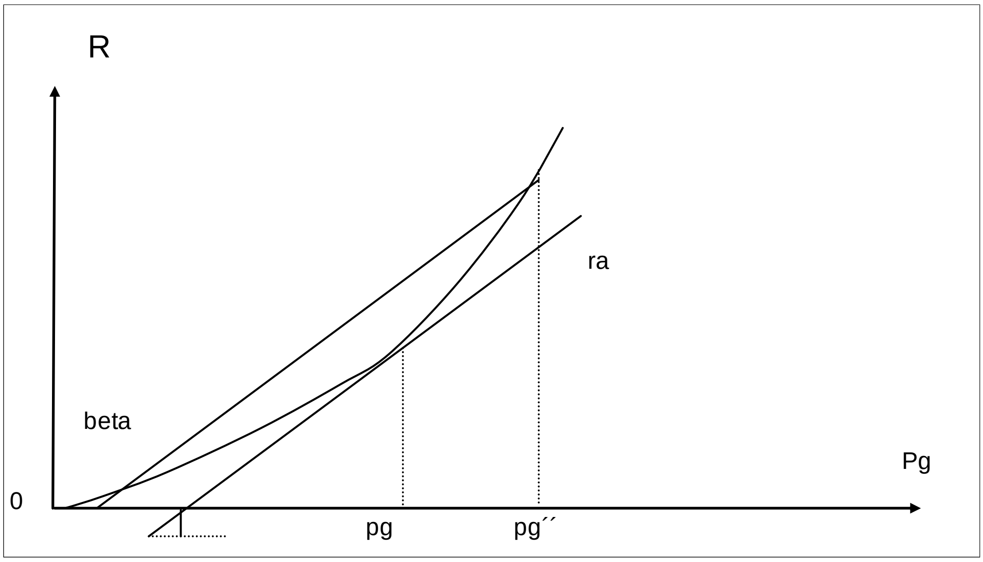
se puede reducir las ecuaciones de precios de los *h* diferentes procesos posibles en el agro de la forma general como:

$$R^i = u^i p_g - u^i c^i(p_g) \qquad (\mathrm{i} = 1,2,....,\mathrm{h})$$

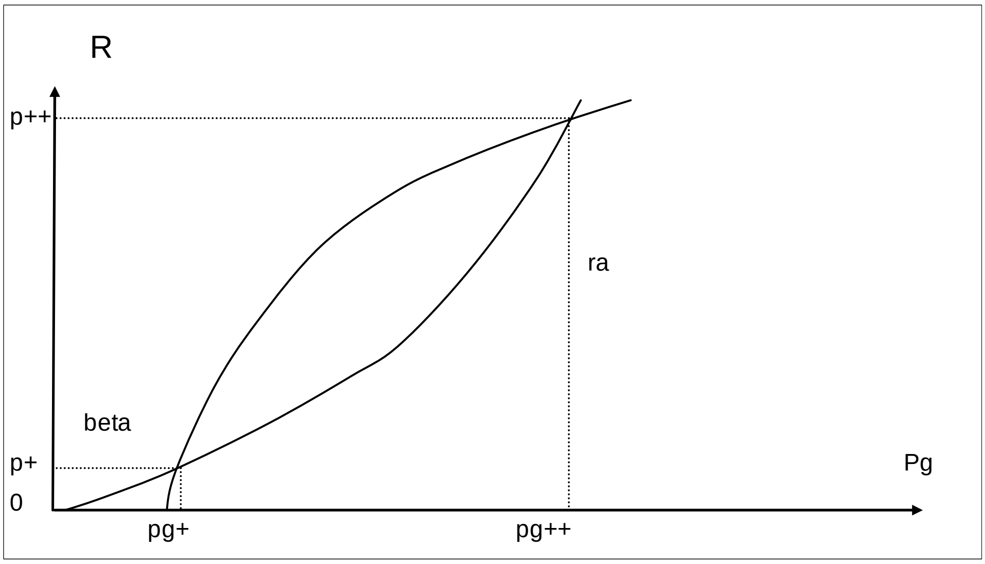
El costo *c* depende del precio del grano, y puede mostrarse como ejemplo a dos extremos de comportamiento: un método en que decrece la renta progresivamente y otro en que crece progresivamente. En tanto la productividad por *ha*, es una razón de cantidades físicas independientes del sistema de precios, los costos unitarios a un dado precio del grano pueden ser determinados simplemente:



Técnica donde la tangente de alfa, expresa la productividad por ha, de cuanto sube la renta a medida que el precio del grano sube.



Técnica donde la tangente de beta, expresa la productividad por ha, de cuanto sube la renta a medida que el precio del grano sube.



Acá se pueden ver dos puntos de intersección entre las dos técnicas, Pg+ o Pg++.

En el caso de Ricardo, se hablaba de la oposición entre salarios y beneficios sin cambiar la cuantificación de la renta.
De los gráficos puede observarse que el punto Pg++ es preferido por los terratenientes, con una mayor renta dineraria por ha, la transición de pg+ a pg++, hace que caiga el salario en términos del precio del grano en el sistema Ricardiano, sin embargo en el esquema anterior un salario real cayendo es compatible con un crecimiento de la renta por ha.
Con respecto a la tasa de ganancia, de acuerdo a Ricardo debe ser mayor en pg++ que en pg+, puesto que existe un mayor precio del grano, sin embargo r es menor. Para capitalistas y trabajadores es preferible pg+ mientras que para los rentistas, es preferible pg++.

Apéndice 1

¿Cómo varían los precios cuando varía r en un sistema con n mercancías?

Una expresión muy clara de la complejidad de dependencias es la siguiente:

$$\frac{p_j}{p_1} = \frac{a_{nj} + (1+r)\sum_{i=1}^{n-1} a_{ij} p_i}{a_{n1} + (1+r)\sum_{i=1}^{n-1} a_{i1} p_i}$$

con j=2,3…n-1
donde *w*=1 y expresando el numerario con la mercancía 1. (denominador)
Si se calcula la derivada respecto a r

$$\frac{d(\frac{p_j}{p_1})}{dr} = (\sum_{i=1}^{n-1} a_{ij} p_i + (1+r)\sum_{i=1}^{n-1} a_{ij}\frac{dp_i}{dr}) p_1 - \left[\sum_{i=1}^{n-1} a_{i1} p_i + (1+r)\sum_{i=1}^{n-1} a_{i1}\frac{dp_i}{dr}\right] p_j \neq 0$$

En un entorno de r esta derivada puede ser positiva o negativa.
Reagrupando la ecuación con *(1+r)*

$$0 \neq \frac{d(\frac{p_j}{p_1})}{dr} = p_1\sum_{i=1}^{n-1} a_{ij} p_i - p_j\sum_{i=1}^{n-1} a_{i1} p_i \quad + (1+r)\left[p_1\sum_{i=1}^{n-1} a_{ij}\frac{dp_i}{dr} - p_j\sum_{i=1}^{n-1} a_{i1}\frac{dp}{dr}_i\right]$$

En el **primer termino** aparecen la diferencia entre la proporción que el valor de los medios de producción representa en el precio de la mercancía j-esima y la proporción que el valor de los medios de producción representa en el precio de la mercancía 1. (**Efecto intensidad de capital**) Este siempre es positivo para aquellos productos con procesos técnicos superiores al de la mercancía 1 y negativo para las de intensidad de capital inferior a la 1.

$$0 \neq \frac{d(\frac{p_j}{p_1})}{dr} = \underbrace{p_1\sum_{i=1}^{n-1} a_{ij} p_i - p_j\sum_{i=1}^{n-1} a_{i1} p_i}_{\substack{\textit{efecto}\text{ intensidad de capital} \\ >0 \text{ con } \frac{\mathrm{k}}{\mathrm{L}} > \frac{\mathrm{k}_1}{L_1}}} \quad +$$

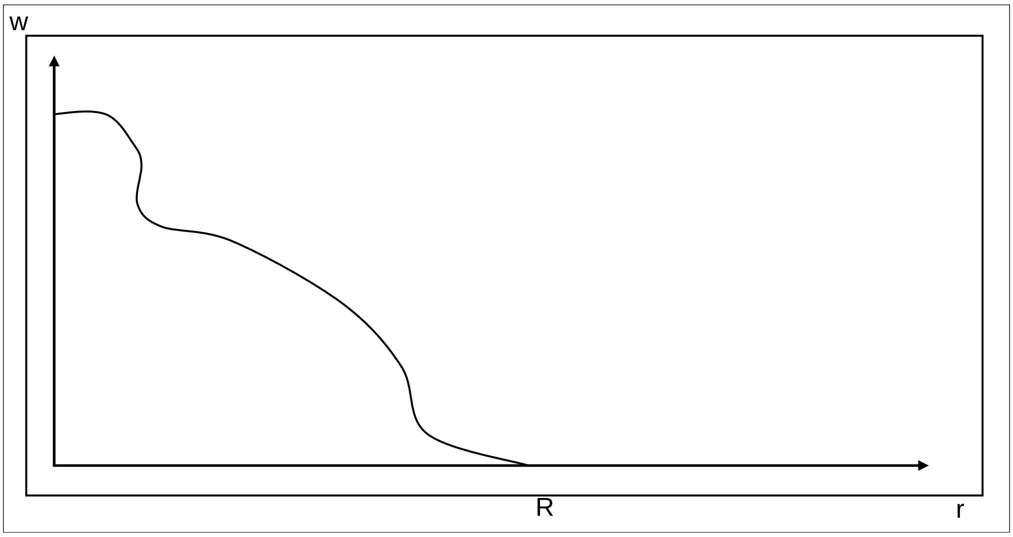
El **segundo término** no puede ser conectado a un fenómeno definido simplemente. Puesto que depende del cambio de todos los precios del sistema. (**Efecto precio)**
Este segundo término es imprevisible a nivel de un proceso productivo individual

$$\underbrace{(1+r)\left[p_1\sum_{i=1}^{n-1} a_{ij}\frac{dp_i}{dr} - p_j\sum_{i=1}^{n-1} a_{i1}\frac{dp}{dr}_i\right]}_{\substack{\textit{efecto}\text{ precio} \\ >0 \text{ o } <0}}$$

P depende de a_{ij} como de *r*

Solo puede decirse ex ante que:
1- La curva *w(r)* corta al eje de abscisas para el valor R máximo,
2- es una curva siempre decreciente estrictamente en todo el cuadrante positivo: es monotónicamente creciente en *r*.

$$\begin{aligned}&\textit{fruto}\text{ de }\textit{la}\text{ expresión polinómica de grado n -1}\\&\mathrm{p}_1 = 1 = \mathbf{a_n}(\mathbf{I} - (1+r)\mathbf{A})^{-1}\mathbf{e_1}w^{(1)}\end{aligned}$$



Apéndice 2: Las parábolas Neoclásicas y su implosión

Lo que el intento e divulgación puede llegar a hacer en el transcurso de los programas de investigación rivales es intentar simplificar el mensaje tratando de llevar al "sentido común", aspectos de la teoría que pueden ser mas complicados. Tal es el caso de Samuelson y sus parábolas neoclásicas. Como en la tradición religiosa, el uso de parábolas en economía intenta reflejar en una relación **sencilla** para el aprendizaje de "preceptos axiomáticos" de lejano origen en los rendimientos de la tierra en la teoría de Ricardo (1815) y una efectiva generalización a los bienes de capital de los rendimientos decrecientes a escala. **Veremos en el apéndice 3 como caen bajo la critica de la teoria clasica.**

Veremos estas parábolas neoclásicas y su crítica surgida ya desde hace 50 años en el debate de los dos Cambridges.

En efecto las parábolas son cuatro: [10]

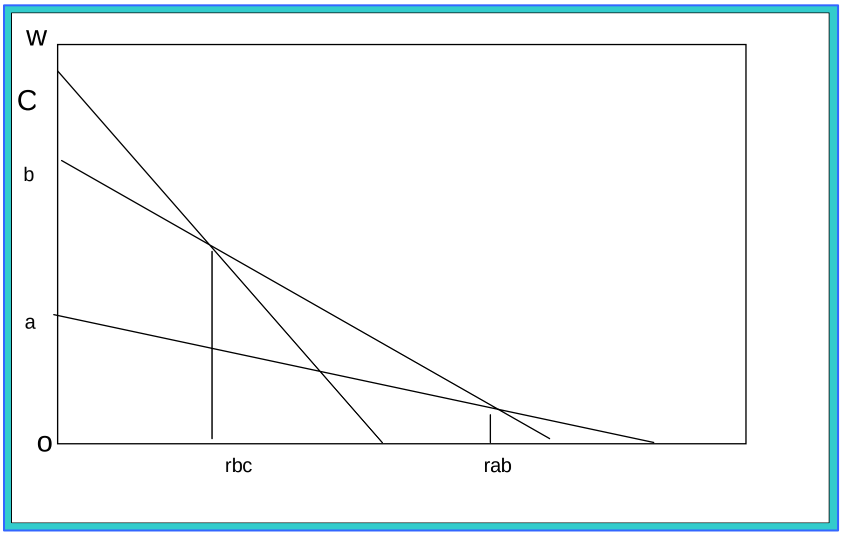
1- Asociación entre menores tasas de ganancia y mayores valores de $k=K/L$.
2- Asociación entre menores tasas de ganancias y mayores $v=K/Y$.
3- Asociación entre menores tasas de ganancia y mayor consumo sustentable per cápita.
4- En condiciones competitivas, la distribución del ingreso entre capitalistas y asalariados puede ser explicado por la productividad marginal y oferta de factores.

Parábola 1) Existe una relación inversa entre la tasa de ganancia r y la intensidad de capital K/L.

Sea una funcion de producción homogenea $Q = f(K,L)$ de primer grado, tal que $q=Q/L= f(k)$, con pendiente positiva y concava hacia abajo.

$$Q = wL + rK$$
$$q = w + rk \quad \text{de allí puede despejarse } k$$
$$k = \frac{q-w}{r}$$
$$\text{para una técnica determinada } a \text{ se tiene:}$$
$$w = q_a - rk_a$$

Si se observa el gráfico se tienen las rectas para las tres técnicas, a, b, y c.



[10] Ver Harcourt (1972).

Para distintos valores de r en las abcsisas

de aquí se deriva la demanda del factor capital como inversa a la tasa de interés r. Que consiste en una formulación básica de toda consideración marginalista: por la cual a menores tasas de interés se harán inversiones en capital intensivo**. No se sostiene lógicamente despues de Sraffa** (1960).

al aumentar r es elegida la técnica donde el salario máximo (q con $r = 0$)
es mayor (en b que en a) por lo tanto para r menor se pasa a una pendiente k_b mayor que
k_a.

$$q_b(w_{b\ max}) > q_a(w_{a\ máx})$$

$$k_b = \frac{q_b - w}{r} > k_a = \frac{q_a - w}{r}$$

Parábola 2) Existe una relación inversa entre *r* y la relación *v=K/Q*

Se puede tomar la elasticidad de v para dos puntos, sabiendo que a mayores tasas de capital per cápita k_b respecto a k_a, corresponde por la función de producción, a una mayor producción per cápita y ambas corresponden a una menor tasa de interés. (pendiente menor en la función y parábola 1).

Si se calcula la relación entre un punto y otro:

También la segunda parábola puede verse de otra manera:

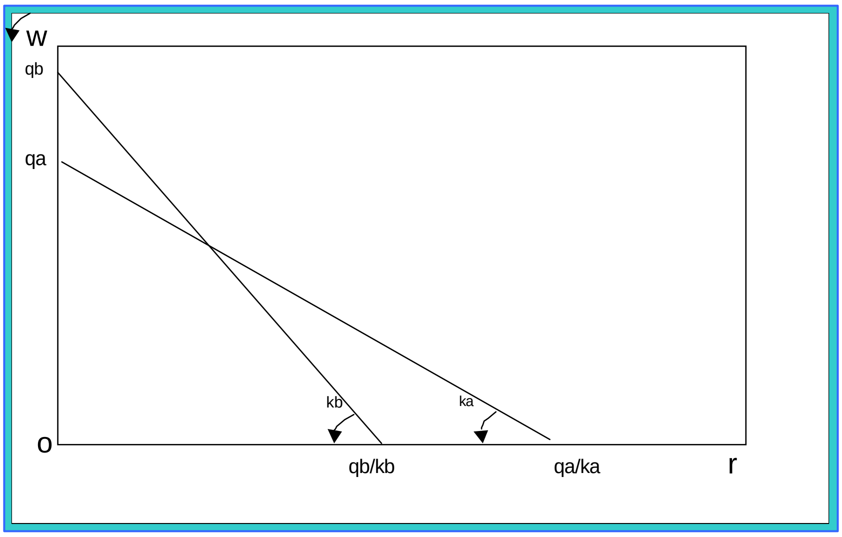
$$\frac{v_a}{v_b} = \frac{\frac{k_a}{q_a}}{\frac{k_b}{q_b}} = \frac{k_a q_b}{k_b q_a} = \frac{k_a q_b}{k_b q_a} \text{ sabiendo que } k_b = \frac{q_b - w}{r} > k_a = \frac{q_a - w}{r}$$

$$\frac{k_a q_b}{k_b q_a} = \frac{(q_a - w)q_b}{(q_b - w)q_a} = \frac{(q_a q_b - w q_b)}{(q_b q_a - w q_a)} < 1 \text{ es decir } v_a < v_b$$

puesto que $wq_b > wq_a$

se prueba la parábola en tanto $v_a < v_b$ cuando $r_a > r_b$

Si se observa que dos fronteras lineales se cortan, cada abscisa



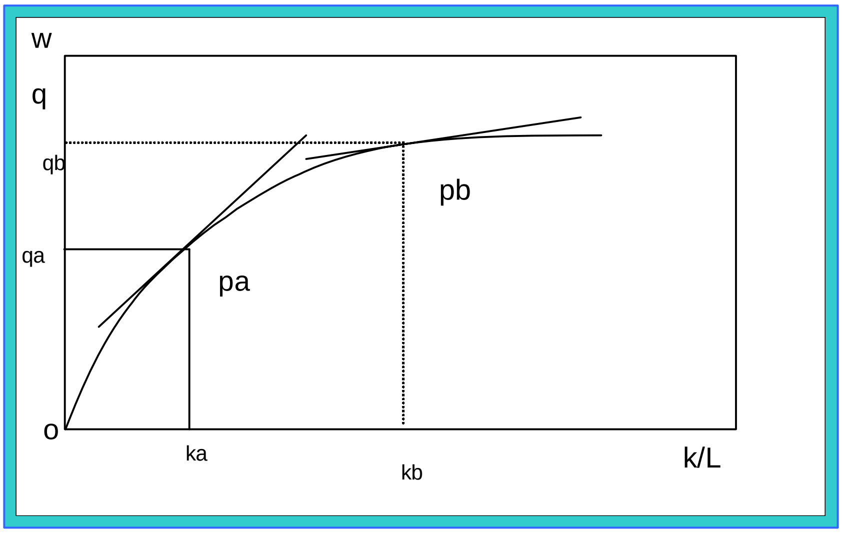
correspondiente a w=0, es r_a=q_a/k_a > q_b/k_b = r_b, y por lo tanto invirtiendo los cocientes v_a = k_a/q_a < k_b/q_b = v_b. Queda probada la relación.

Con el resultado de trabajo fechado de Sraffa, se observa que esta parábola no se cumple puesto que los precios de los bienes en general y los de capital, puede variar en cualquier dirección ante caídas de la tasa de ganancia.

Parábola 3) Existe una relación inversa entre *r* y *q*

Tesis austríaca por la cual el roundabout, o procesos de producción cada vez mas indirectos, hacen disminuir la tasa de interés asociados por la primera parábola con un mayor k =K/L, incrementándose q = Q/L y el consumo.

Para la formulación neoclásica se denomina como "Golden Rule", en la cual dC = 0 en la relación: [11]



La parábola 3) junto con la primera no se cumple puesto que existe la posibilidad de reversión de capital y reversión de tecnicas, tambien probado en Sraffa (1960).

$q = w + rk$

derivando respecto a r

$$\frac{dq}{dr} = \frac{\mathbf{dw}}{\mathbf{dr}} + r\frac{dk}{dr} + k = -\mathbf{k} + r\frac{dk}{dr} + k = r\frac{dk}{dr} < 0$$

Por parábola 1

Se tiene la relacion inversa postulada por la teorìa neoclasica.

[11] Ver Harcourt, opcit.

Parábola 4)

Esta parábola se refiere a la distribución neoclásica, el cálculo de la elasticidad de la frontera de salarios y tasa de ganancia da, según los marginalistas, la relación de distribución.

$Q = wL + rK$

$q = w + rk$ de allí puede derivarse la función q

$$\frac{dq}{dk} = \frac{dw}{dk} + k\frac{dr}{dk} + r$$

donde se supone que r es la productividad marginal

$$r = \frac{dq}{dk}$$

$$0 = \frac{dw}{dk} + k\frac{dr}{dk}$$

$$k = \frac{\frac{dw}{dk}}{\frac{dr}{dk}} = -\frac{dw}{dr} = \frac{K}{L}$$

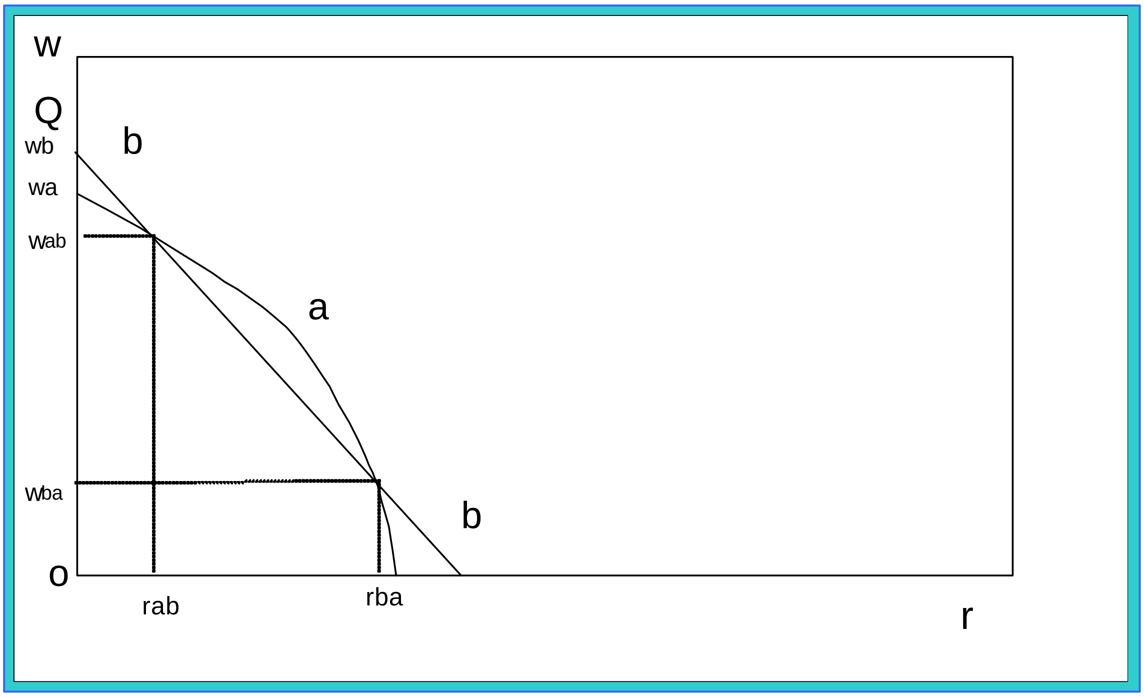
si se calcula la relación:

$$E\left(r, w\right) = \frac{\frac{dw}{w}}{\frac{dr}{r}} = \frac{dw}{dr}\frac{r}{w} = \frac{K * r}{L * w}$$

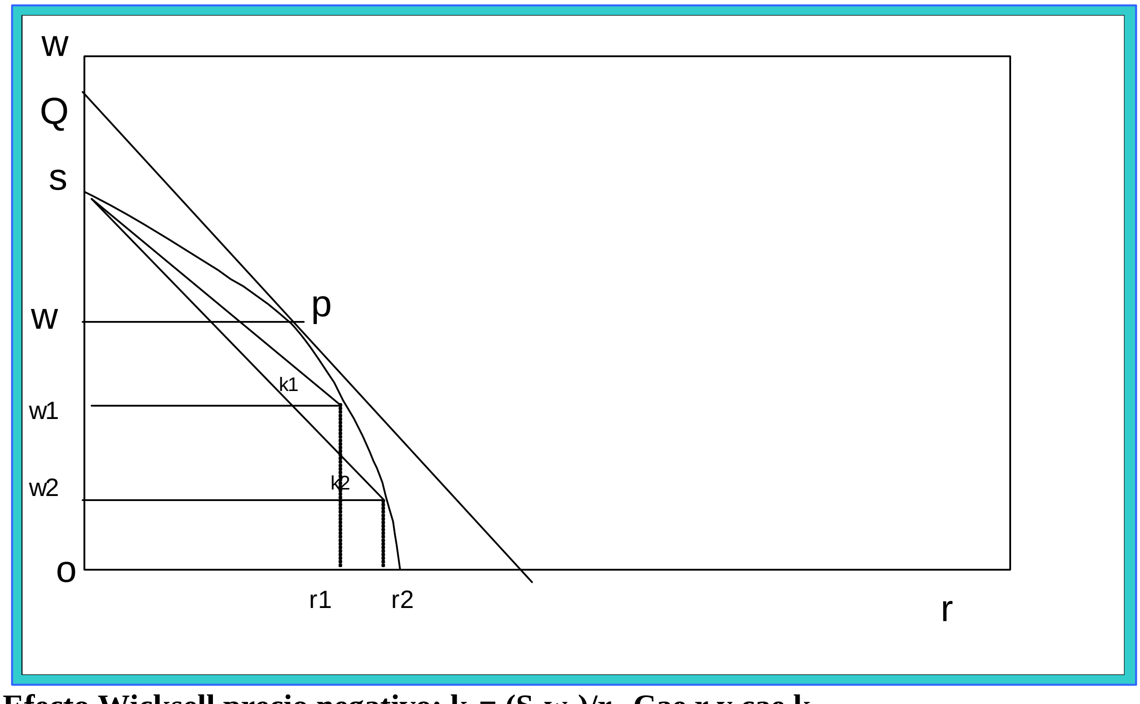
lo que muestra que la productividad marginal de K es r y la de L es w.

Apéndice 3: Regreso de las técnicas y la reversión del capital

Este efecto relaciona cambios en el valor del capital asociado con cambios en las técnicas en tanto w y r toman diferentes valores. Se entonces producen puntos de cambio.



Los llamados **“regreso de las técnicas**” y la “**reversión de capital**” son fenómenos distintos, como se infiere de los efectos reales y de precios en Wicksell. En los puntos de cambio r_{ba} y r_{ab} coexisten dos técnicas, produciéndose un cambio en la utilización de las mismas conforme cambia *r*. Dado un *w* el capitalista desea maximizar *r*, por lo que para cada *w* tomará la técnica más hacia el noreste.



Efecto Wicksell precio negativo: $k_1 = (S - w_1)/r_1$. Cae r y cae k

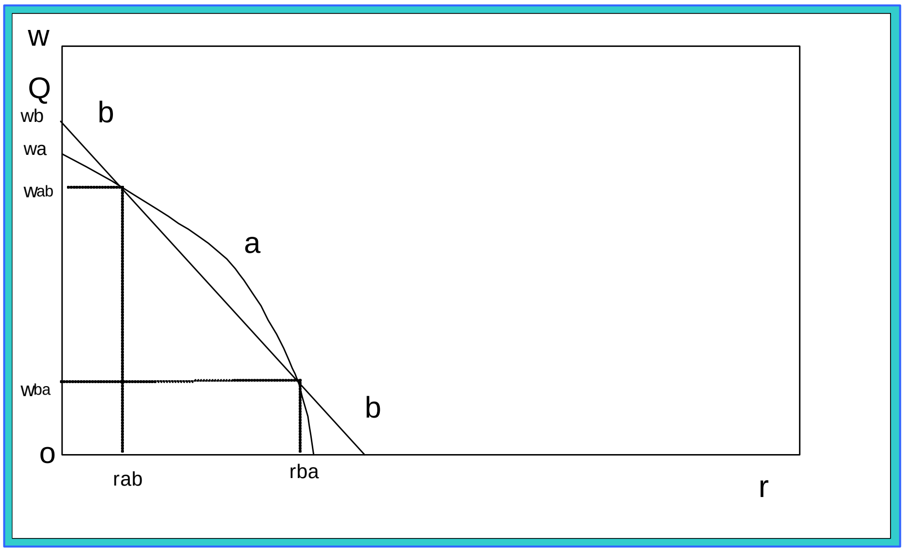
Resultados de Sraffa (1960)
No es posible en general ordenar los métodos técnicos de producción para producir una mercancía Como una elección basada en una función monotonica de la tasa de ganancia (0 a *R*)

Se pueden dar dos resultados distintos que contradicen la teoría marginal: **la reversión del capital y el Regreso de las técnicas**.

Reversión de capital: con *r* decreciendo el valor de *k* decrece también. (*Ruth Cohen curiosum)* Ejemplo de efecto precio Wicksell negativo mas arriba. Rompe con la idea de escasez del factor como determinante de su precio.

Regreso de las técnicas: una técnica *b* puede ser la más rentable Técnicamente a una r_1. Para $r_2>r_1$, otra técnica a puede serlo. El método *b* puede volver a ser la técnica mas rentable a $r_3>r_2$

Por fuera de los puntos de Cambio de curvas los efectos Wicksell son solo de precios y no reales.

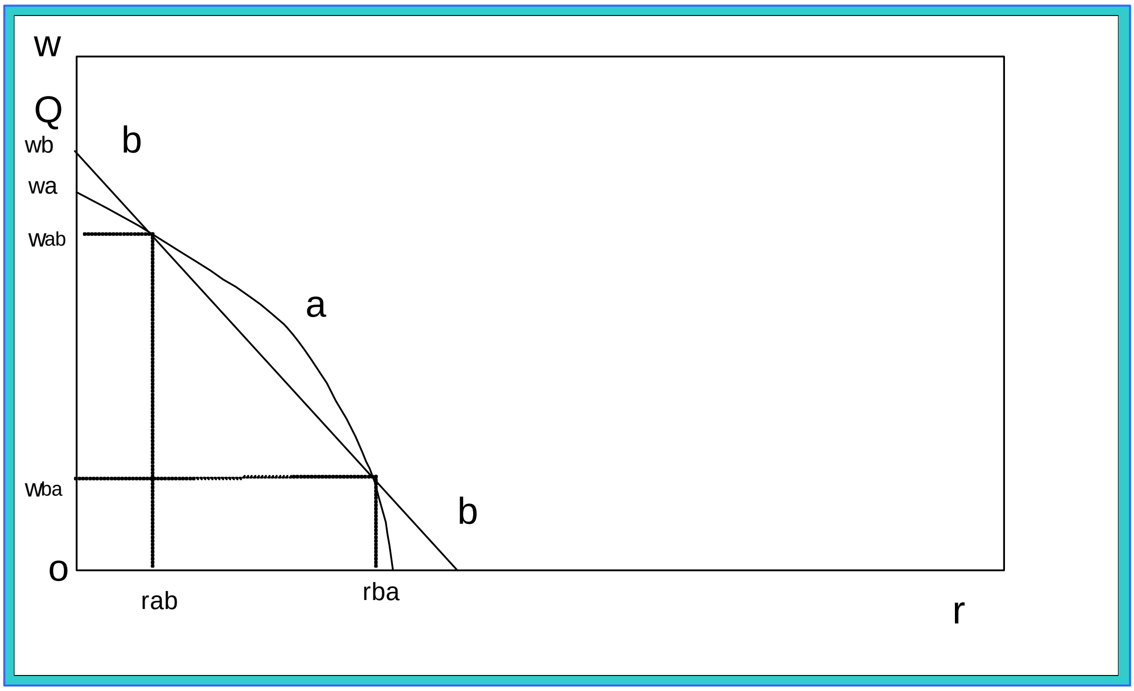


En el punto de intersección r_{ab}, se produce un **cambio de técnica**, cuando se reduce la tasa de beneficio de ***a*** a ***b***, es decir de una técnica que tiene una menor producción per capita pasa a una técnica de mayor producción per capita, se produce en dicho punto un **efecto Wicksell real positivo**.

El regreso de las técnicas, se refiere a que **una misma técnica** pueda ser más rentable a **tasas altas y bajas de ganancia**, mientras que a tasas intermedias, otra técnica lo sea.

Mientras que con una **disminución de *r***, en el punto r_{ba}, un cambio de técnicas de *b* a *a*, es decir, de una mayor a una menor producción per capita. El efecto en dicho punto, aquí es Wicksell **real y negativo**

Reversión del capital



Se refiere a que el **valor del capital se mueva en la misma dirección que la tasa de ganancia** de manera contraintuitiva al saber marginalista.

Cuando existen dos técnicas un resultado implica al otro, es decir que la **reversión de capital** que se produce entre r_{ba} y r_{ab}, mientras es activa la técnica *a*, **implica** en el punto r_{ab} un **regreso de la técnica** *b* que era activa para $r > r_{ba}$. Esto no sucede con más de dos técnicas, dado que puede haber reversión de capital pero no así regreso de técnicas. En r_{ba} por otra parte se da un cambio de técnicas que también implica una reversión de capital, puesto que cae *r* y se utiliza una técnica con menor valor de *k*.

Pero para la anulación de las tres primeras parábolas neoclásicas, basta con la reversión del capital.
Se verá como altera las parábolas neoclásicas estos resultados:

Ejemplo
Si se tienen dos técnicas para hacer un bien *G*, teniéndose como datos *P*, *r* y *w*

$$A: \mathrm{p_a} A(1+r) + l_a \mathrm{w_{ai}} = \mathrm{p_a}$$
$$\mathrm{p}_{\mathrm{a}(-8+i)} = 20(1+r)^i \mathrm{w_{ai}} \quad \mathrm{i} = 0,1,....,7$$

$$B: \mathrm{p_b} B(1+r) + l_b \mathrm{w_{bi}} = \mathrm{p_a}$$
$$\mathrm{p}_{\mathrm{b}(-25+i)} = (1+r)^i \mathrm{w_{bi}} \quad \mathrm{i} = 0,1,....,24$$

$$\mathrm{p}_{\mathrm{a}(0)} = \mathrm{p}_{\mathrm{a}(0)} 0.8(1+r) + 20(1+r)^8 \mathrm{w_{ai}}$$
$$\mathrm{p}_{\mathrm{a}(0)} = \frac{20(1+r)^8}{1-0.8(1+r)} \mathrm{w_{ai}} = p_G$$

$$\mathrm{p}_{\mathrm{b}(0)} = \mathrm{p}_{\mathrm{b}(0)} 0.8(1+r) + 24\mathrm{w_{bi}} + (1+r)^{25} \mathrm{w_{bi}}$$
$$\mathrm{p}_{\mathrm{b}(0)} = \frac{24+(1+r)^{25}}{1-0.8(1+r)} \mathrm{w_{bi}} = p_G$$

Se toma a *G* como numerario

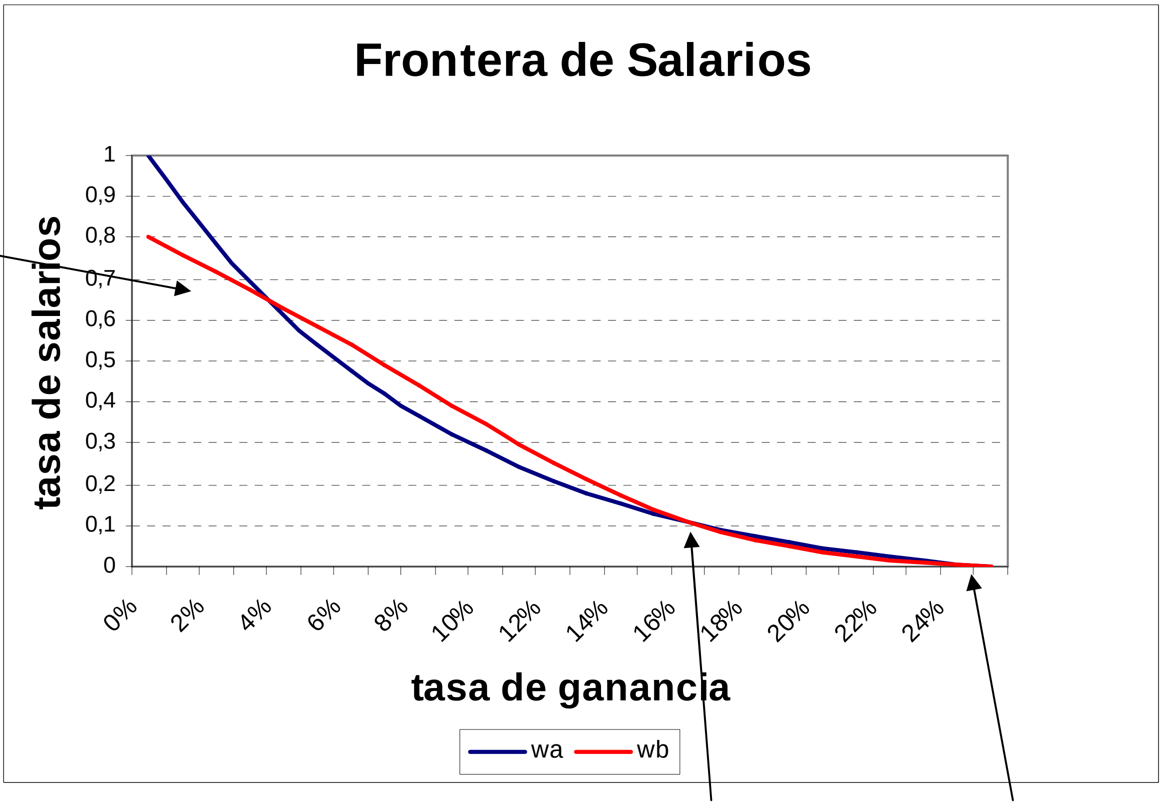
$$p_{a(0)} = p_{b(0)} = 1$$

Despejando w en cada técnica medido en pG

$$p_{a(0)} = \frac{20(1+r)^8}{1-0.8(1+r)} w_{ai} = 1 \qquad p_{b(0)} = \frac{24+(1+r)^{25}}{1-0.8(1+r)} w_{bi} = 1$$

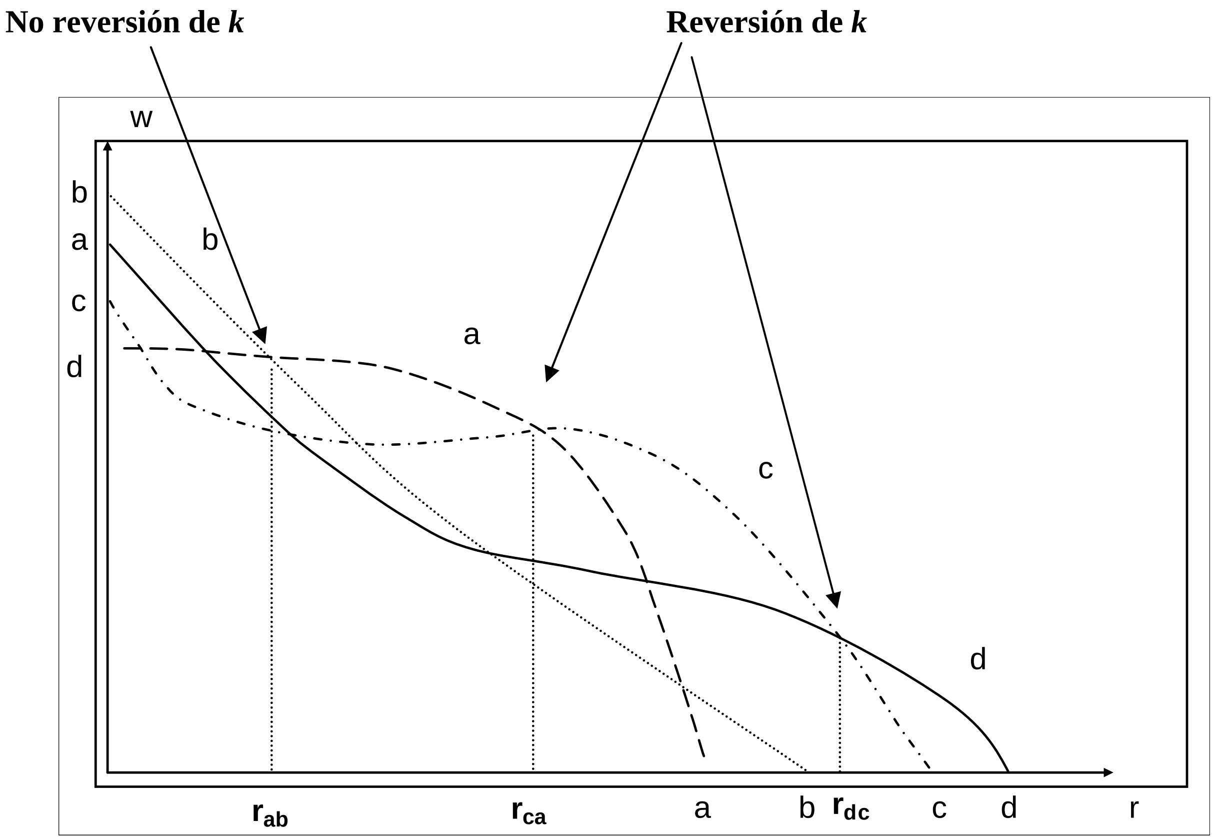
$$w_{ai} = \frac{1-0.8(1+r)}{20(1+r)^8} \qquad w_{bi} = \frac{1-0.8(1+r)}{24+(1+r)^{25}}$$

r=3.6%



r=16.2% r=25%

Vemos en el grafico que dependiendo del nivel de *r* (mas alto o mas bajo, por aspectos de distribución del ingreso, o bien por cambios en la producción de mercancías mas o menos capital intensivos) se adoptará o no la técnica *a* o la *b*. Y por lo tanto podría desde acá plantearse un sistema de cantidades con la nueva técnica para analizar la evolución de las mismas. Para luego poder volver a analizar precios y *r*, etc.



“La conclusión general es que a un dado nivel de conocimiento técnico, los cambios o “switches” de técnicas debido a cambios en la distribución (r) no nos permite ninguna determinación general sobre los cambios en la cantidad de capital” Pasinetti, 1966

“La nueva técnica requerirá una menor “cantidad de capital” por unidad de trabajo o requerirá una mayor “cantidad de capital” por unidad de trabajo. Tanto si consideramos el capital medido en valor como en unidades físicas, como si se trata de una industria o de todo el sistema”.ibidem.

II-El Core neoclásico:

Los datos que se toman como dados exógenamente son:

1-Gustos de los consumidores
2-Tecnología (vía funciones de producción**).**
3-Dotación de factores de producción dados (K, L)

Variables endógenas: dos variables distributivas (w, r), los precios de equilibrio, y las cantidades producidas. Tratan de llegar a un sistema de equilibrio general endogeneizando precios y cantidades y resolviendo en cada mercado por medio de funciones de oferta y demanda.

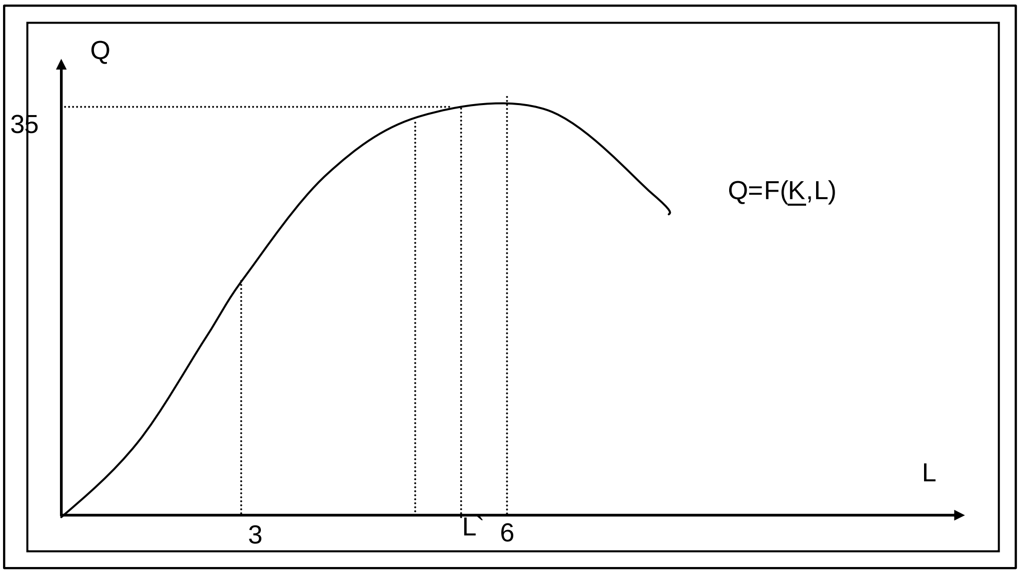
En la **teoría marginalista**, es la oferta y la demanda las que simétricamente determinan el salario, el ingreso, los precios, las cantidades, en base a un *core* de características cuasi-naturales. En efecto, temas de psicología del consumidor, datos de tecnología (factor *K*), circunstancias demográficas que determinan la población y los trabajadores disponibles (factor *L*). Aun la dotación de capital depende de factores psicológicos, en tanto depende de las preferencias de los individuos para determinar cuanto ahorran.

Esta última teoría se vale de rendimientos ex ante referenciados por medio de funciones de producción, y su resolución de precios y cantidades por medio de curvas de oferta y de demanda. Se trata de funciones de rendimientos constantes a escala, que suponen pleno empleo en algún factor, permitiendo la curvatura característica de las mismas.

Resolución de precios y cantidades en el esquema neoclásico.

A-Función de Producción y demanda de los factores productivos

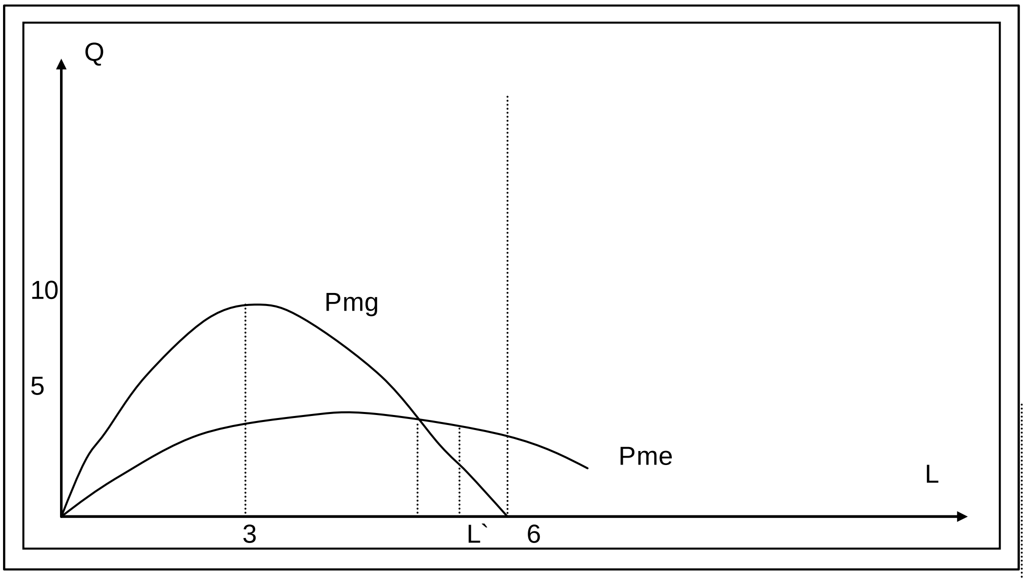
Para esta primera sección se consideraran los dos primeros supuestos de la teoría neoclásica, 1 y 2.



Los gustos de los consumidores y la tecnología (expresada en Q)

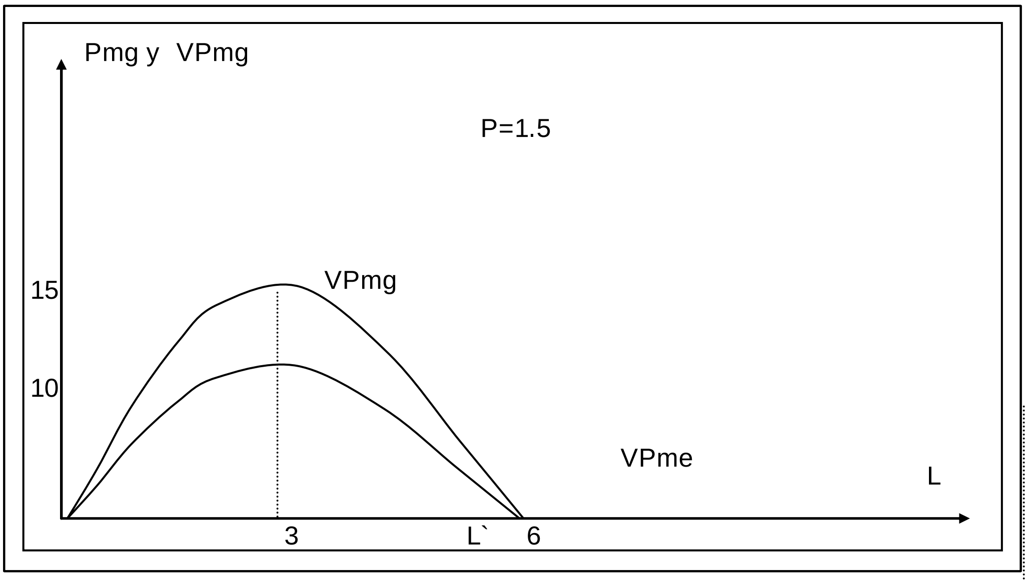
En este primer gráfico se puede observar que la función de producción ***Q*** supone un factor constante, en este caso el capital (***K***) que dispone el capitalista y mediante la combinación con variantes cantidades de trabajo, la curva describe las distintas posibilidades alternativas de combinar factores de producción. Dentro de la estructura analítica marginalista, de esta noción desciende la deducción de las

curvas de demanda de factores de pendiente negativa. Diversos métodos de producción entonces quedan comprendidos por esta función. Es decir que se supone una función de rendimientos constantes a escala[12], con algún factor que al mantenerse en cantidad constante, con el crecimiento de la producción en algún momento se satura, se vuelve escaso, se vuelve completamente utilizado que de esa manera y presenta una curvatura cuasicóncava característica. Se suele afirmar que dichas funciones se *comportan bien* es decir, que respetan la axiomática del *core* neoclásico en pos de hallar las cantidades y precios de equilibrio entre funciones de oferta y demanda.
En el segundo grafico se puede observar la derivada de la función de producción, que nos indica para cada punto de la curva original el aporte al producto físico de cada trabajador que se agrega en el proceso productivo.

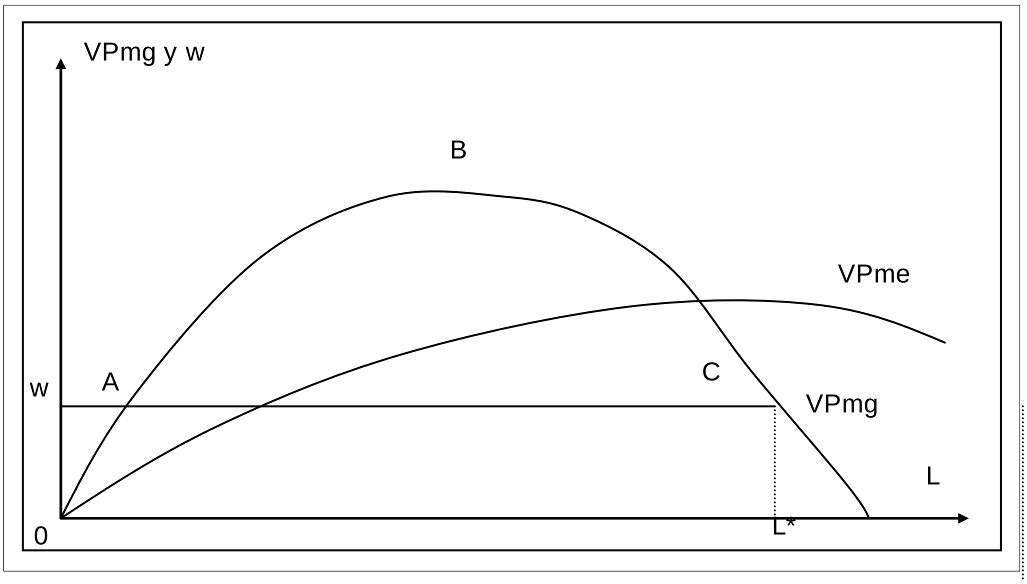


Con el fin de comparar estos resultados físicos con la distribución entres salarios y beneficios, se considerará el precio del producto en cuestión, para trabajar con valores: valor del producto marginal y valor del producto medio. Se considera un precio hipotético de $1.5, y la forma de la curva del producto marginal, no cambia, simplemente se reestablece en nuevas magnitudes, como se ilustra en el siguiente grafico para el producto marginal Pmg y el valor del producto marginal VPmg.

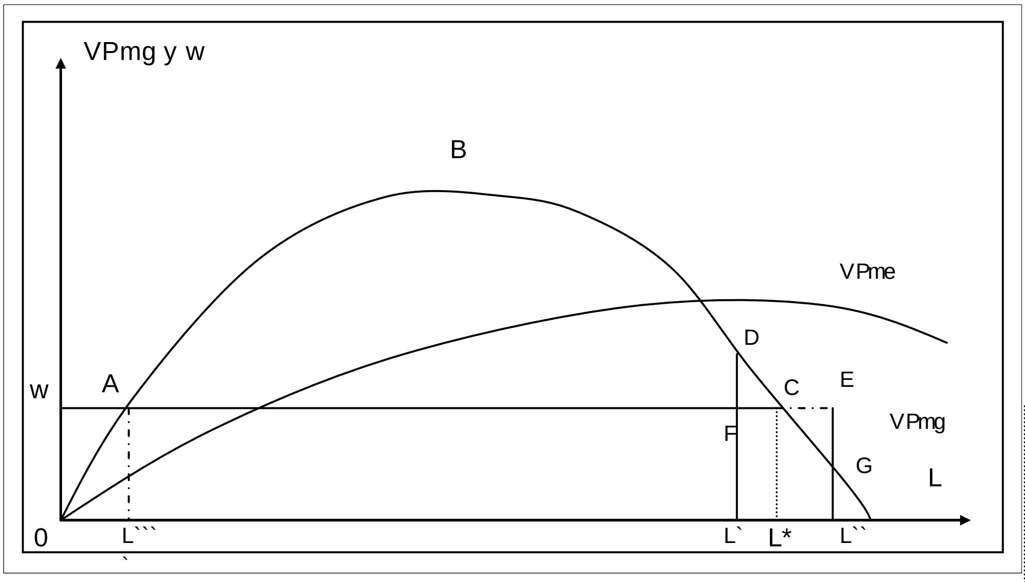
[12] Se debe diferenciar de los rendimientos decrecientes intrínsecos de los de escala. Del primer tipo no es económicamente relevante, en tanto que dos maquinas idénticas tienen rendimientos constantes respecto a una sola. Para tener rendimientos decrecientes a escala, se debe suponer además que existen factores plenamente utilizados.



Por lo tanto el salario (*w*) se vuelve homogéneo al producto, puesto que está medido en la misma unidad.
Se supone ahora que el salario es menor que el valor del producto medio, (de otra forma el productor no hubiera podido producir), y veremos cual es la cantidad de trabajadores que va a contratar:



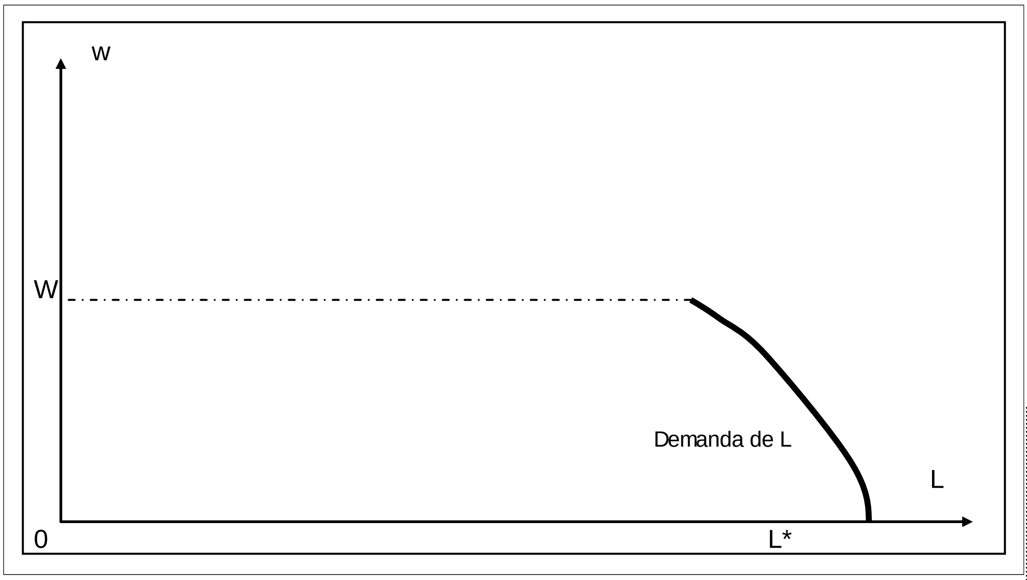
El capitalista contrata *L** trabajadores, a partir del salario supuesto. Y se verá que es una posición de equilibrio, dado que allí maximiza sus beneficios. En efecto se produce OABCL* y se pagan salarios OACL* más la parte salarial OWA. Claramente la diferencia son los beneficios que obtiene el capitalista.



Se puede observar que si el capitalista elije una cantidad de trabajadores menor que *L**, por ej. *L`*, pagará menos salarios (L`FCL*) pero dejara de producir un área mayor (L`FDCL*), es decir pierde beneficios. Lo mismo le sucede si contrata más trabajadores que *L**, como por ej. *L``*. En efecto pagará un salario L*CEGL`` y solo producirá L*CGL´´. Por lo que dado el nivel de salarios w, el trabajo contratado de equilibrio maximizador de beneficios es *L**

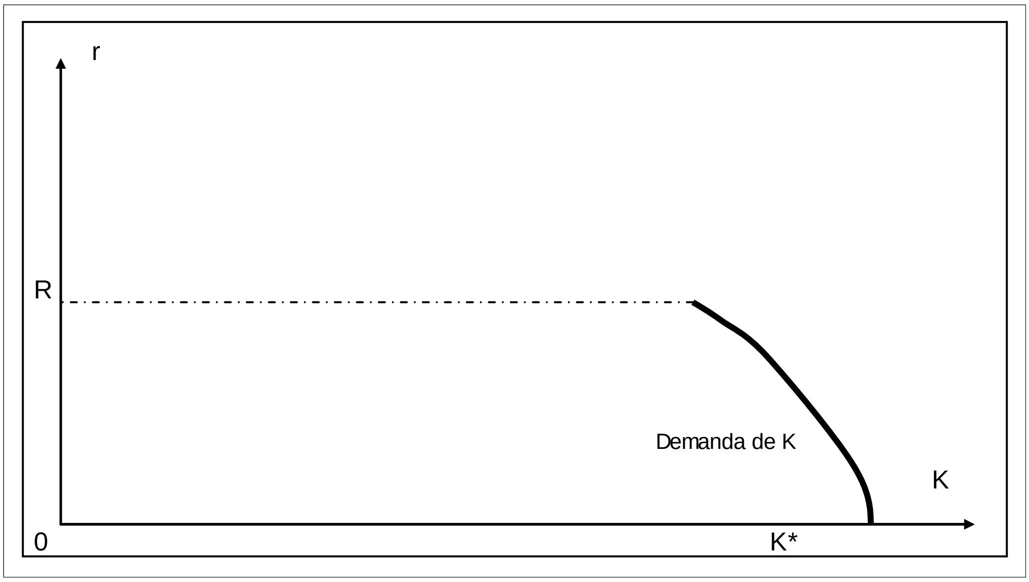
Este mismo análisis puede repetirse para la contratación de capital, dada la tasa de beneficio *r* en el eje de ordenadas.
De estos dos análisis puede deducirse una demanda de trabajo y de capital con pendiente negativa, con valor máximo de las ordenadas en el VPme. (por encima de este valor el productor pierde)

B-Deducción de curvas de demanda de pendiente negativa de factores. (simétrico para L o K)



Entonces para *w* menores a *W* se tendrá siguiendo el VPmg decreciente las distintas utilizaciones demandadas de factores *L* o *K*. Lo que significa que a menor w o menor tasa de beneficio *r*, se tendrá una mayor demanda de *L* o *K*.

De manera totalmente simétrica se obtiene la pendiente negativa de la demanda de capital con respecto a r.



Para estas relaciones inversas es fundamental el supuesto neoclásico de sustitución directa de factores, por la cual el capitalista puede intercambiar cantidades de capital o trabajo dependiendo de los precios respectivos, tasa de ganancia o salarial.
Se verá en la siguiente sección otro tipo de sustitución que actúa de forma indirecta, a través de la elección del consumidor.

C-Sustitución Indirecta de factores debido a la elección del Consumidor :

Para mostrar rápidamente estas características, se parte de un caso simple de producción con dos mercancías[13] en donde una de ellas participa como input en su propia producción y en la de la otra.

inputs			outputs	
Maíz	Trabajo		Maíz	Tela
A_m	L_m		B_m tn	
A_t	L_t			B_t m[2]

Donde L_m y L_t son las horas de trabajo que se utilizan para producir maíz y tela, A_m son los kilos de maíz para la producción como semilla del propio maíz y A_t de grano para fabricar tela, como B_m son los kilos de maíz y B_t de tela producidos.

Haciendo igual a uno las cantidades brutas producidas de cada mercancía, se puede genera la siguiente tabla:

inputs			outputs	
Maíz	Trabajo		Maíz	Tela
A_m	L_m		1	
A_t	L_t			1

donde

$$a_m = \frac{A_m}{B_m} \qquad a_t = \frac{A_t}{B_t}$$

$$l_j = \frac{L_j}{B_j} \text{ con } j = m, t$$

son los coeficientes de cantidades de grano de maíz y de tela medidos en términos de granos de maíz y metros cuadrados de tela.

1- En hipótesis de libre concurrencia y con un método productivo no se puede hacer referencia al producto marginal de factores, por lo que las relaciones enre trabajo y grano que son empleados en la producción no pueden variar. Con salarios pagados expost se tienen:
Se plantea las ecuaciones de precio:

$$p_m = wl_m p_m + a_m p_m (1+r)$$
$$p_t = wl_t p_m + a_t p_m (1+r)$$

Dividiendo por el precio P_m (al asumir al maíz como numerario) queda:

$$1 = wl_m + a_m (1+r)$$
$$p_t = wl_t + a_t (1+r)$$

se puede despejar w y p_t:

[13] Ver Ciccone (2002). Ver Kurz & Salvatori (1995) cap. 3, para un desarrollo ulterior con sistemas de dos bienes, pero siendo los dos básicos y con un el caso de un no básico que se autoproduce.

$$1)\ w = \frac{1 - a_m(1+r)}{l_m}$$
$$en\ \ p_t$$
$$p_t = \frac{1 - a_m(1+r)}{l_m} l_t + a_t(1+r) =$$
$$\frac{l_t - a_m l_t(1+r) + a_t l_m(1+r)}{l_m} =$$
$$2)\ p_t = \frac{l_t + (1+r)(a_t l_m - a_m l_t)}{l_m}$$

con w = 0 corresponde obtener la maxima tasa de ganancia en 1):

$$1)\ 0 = w = \frac{1 - a_m(1+r)}{l_m}$$
$$despejo\ \ \mathrm{r}_{\max} = R$$
$$R = \frac{1-0}{a_m} - 1 = \frac{1 - a_m}{a_m}$$

de 1 puede verse que una variable esta correlacionada inversamente de la otra. Para valores intermedios de $r < R$ se pueden relacionar las dos ecuaciones de precios otra manera para ver que le sucede a los precios relativos de la tela y el grano cuando sube r:

$$\frac{p_t}{p_m} = \frac{wl_t p_m + a_t p_m(1+r)}{wl_m p_m + a_m p_m(1+r)}$$
$$simplificando\ \ p_m$$
$$\frac{p_t}{p_m} = \frac{wl_t + a_t(1+r)}{wl_m + a_m(1+r)}$$
$$dividiendo\ \text{y multiplicando por lo mismo}$$
$$\frac{p_t}{p_m} = \frac{wl_t + a_t(1+r)}{wl_m + a_m(1+r)} * \left(\frac{l_t}{l_t} * \frac{l_m}{l_m}\right) =$$
$$\frac{p_t}{p_m} = \frac{w + \frac{a_t}{l_t}(1+r)}{w + \frac{a_m}{l_m}(1+r)} * \frac{l_t}{l_m} =$$
$$dividiendo\ \text{numerador y denominador por } w$$
$$\frac{p_t}{p_m} = \frac{1 + \frac{a_t}{l_t}\frac{(1+r)}{w}}{1 + \frac{a_m}{l_m}\frac{(1+r)}{w}} * \frac{l_t}{l_m}$$

la relación de precios relativos depende ante cambios en la distribución de la relación de coeficientes de producción $\frac{a_t}{l_t}$ y $\frac{a_m}{l_m}$ en el numerador y denominador respectivamente. **Si se supone que $\frac{a_t}{l_t} > \frac{a_m}{l_m}$, es decir que la relación capital / trabajo es mas alta en la fabricación de tela que la del maíz, el numerador variará más que el numerador ante un cambio en *r*.**

Esto es si cae *r* (sube *w*) cae el precio de la tela con respecto al precio del maíz. Por lo que el precio $\frac{p_t}{p_m}$ caerá.

2 - Dadas las condiciones del equilibrio del consumidor, se sabe que tienen que por condiciones de primer orden de la maximización de su utilidad, demandar de ambos productos hasta satisfacer la igualdad de las utilidades marginales de la función de utilidad del consumo de tela y maíz, con los precios de la restricción presupuestaria en términos de los mismos dos bienes. (Ver apéndice 4)

$$dMaíz * UM_m + dTela * UM_t = 0$$
$$y$$
$$dMaíz * p_m + dTela * p_t = X(presupuesto)$$
$$RMS = \frac{dM}{dT} = \frac{UM_t}{UM_m} = \frac{p_t}{p_m} = \frac{p_t}{1}$$

Por lo tanto se sabe que la relación entre la utilidad marginal de los dos bienes o su "relación marginal de sustitución" (RMS) depende de la relación de las cantidades consumidas. Por el principio de la tasa marginal de sustitución decreciente se sabe que la RMS disminuye al aumentar la relación de cantidades consumidas entre tela y maíz. Entonces se puede suponer que si disminuye p_t (precio de la tela en maíz) cualquier consumidor será inducido a demandar más tela con relación al grano.

Si ahora se considera las demandas de tela y de maíz D_t y D_m por parte de los consumidores, la relación $\frac{D_t}{D_m}$ estará en relación inversa a p_t y directa a $\frac{Q_t}{Q_m}$.

Dadas las producciones de tela y de maíz Q_t y Q_m se considera que deben igualar a la demanda de estas mercancías.

El consumo de tela D_t debe igualar a la tela producida Q_t, dado que no es insumo de ninguna otra producción, esto es:

$$Q_t = D_t$$

Con respecto al maíz la producción debe igualar a la demanda final del mismo por los consumidores y la demanda intermedia de los productores de maíz y de tela:

$$Q_m = D_m + a_m Q_m + a_t Q_t$$

reemplazando la primera igualdad en la segunda:

$$Q_m = D_m + a_m Q_m + a_t D_t$$

despejando

$$Q_m = \frac{D_m + a_t D_t}{(1 - a_m)}$$

dividiendo ambos miembros por la primera ecuación de la tela:

$$\frac{Q_m}{Q_t} = \frac{1}{D_t}\frac{D_m + a_t D_t}{(1 - a_m)} = \frac{\frac{D_m}{D_t}}{(1 - a_m)} + \frac{a_t}{(1 - a_m)}$$

Se puede ver que cualquier variación de la relación de las demandas $\frac{D_m}{D_t}$ varía en el mismo sentido que la relación de las cantidades producidas $\frac{Q_m}{Q_t}$. Si bien son relaciones distintas, sus cambios están relaciónados.

Un aumento de p_t hace reducir la relación $\frac{D_t}{D_m}$ por el supuesto de la sustituibilidad de maíz y tela para los consumidores y afecta directamente a $\frac{Q_t}{Q_m}$ reduciéndola también.

Si la cantidad de trabajadores en la economía estan dados *L*, los cambios en la composición del producto se corresponderán con los cambios en la distribución de trabajadores en las dos industrias. Al tener coeficientes de producción distintos a_m y a_t, los requerimientos de maíz para producir maíz o tela son distintos, ergo con $a_t > a_m$, un cambio en la cantidad de trabajadores que se dedica a producir maíz hacia la industria que produce tela, incrementará la demanda de maíz como medio de producción, de manera que existe una relación directa entre $\frac{Q_m}{Q_t}$ y la demanda de capital y trabajo. En efecto:

$$\frac{K_d}{L} = \frac{a_t Q_t + a_m Q_m}{l_t Q_t + l_m Q_m} = \frac{a_t \frac{Q_t}{Q_m} + a_m}{l_t \frac{Q_t}{Q_m} + l_m}$$

multiplicando y dividiendo por a_m en el numerador y por a_m en el denominador

$$\frac{K_d}{L} = \frac{\frac{a_t}{a_m}\frac{Q_t}{Q_m} + 1}{\frac{l_t}{l_m}\frac{Q_t}{Q_m} + 1} * \frac{a_m}{l_m}$$

si se supone una relación capital trabajo mayor en la fabricación de tela que de maíz, se tiene que: $\frac{a_t}{l_t} > \frac{a_m}{l_m}$ implica que $\frac{a_t}{a_m} > \frac{l_t}{l_m}$, por lo tanto un aumento de $\frac{Q_m}{Q_t}$ multiplicará a un valor mayor en el numerador que en el denominador lo que implica un aumento de $\frac{K_d}{L}$ en toda la economía.

Al caer $\frac{Q_t}{Q_m}$ y con *L* constante, la demanda de capital K_d también cae. (por menor intensidad de capital del maíz).

De las tres relaciones que se enmarcaron se puede deducir la construcción de la curva de demanda de capital.

El primer cuadrante se expresa la relación directa entre Precio de la tela y la tasa de beneficio.

$$\frac{p_t}{p_m}=\frac{1+\frac{a_t}{l_t}\frac{(1+r)}{w}}{1+\frac{a_m}{l_m}\frac{(1+r)}{w}}*\frac{l_t}{l_m}$$

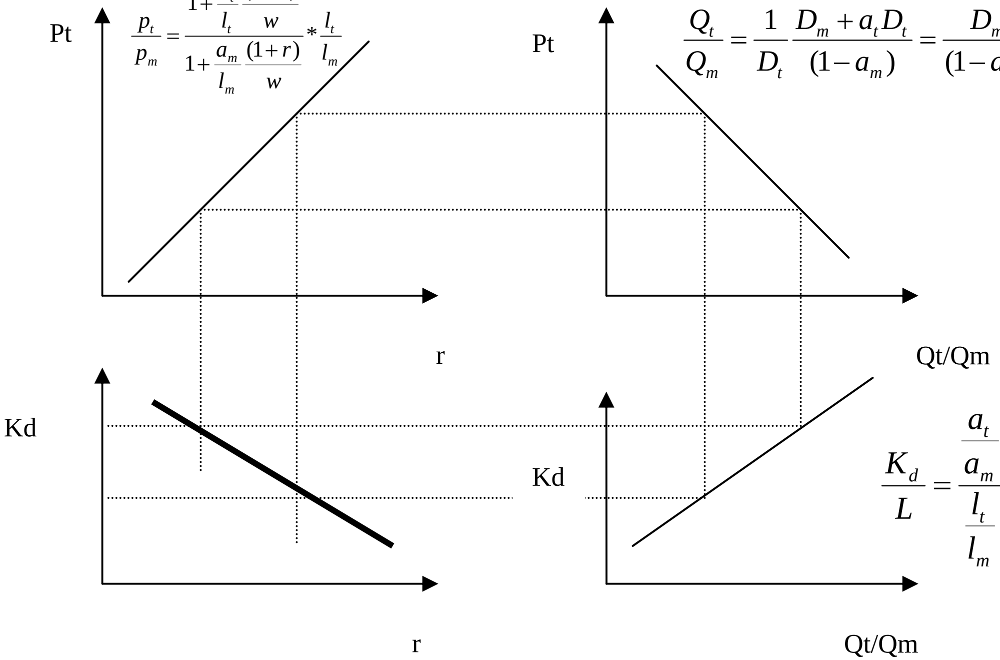
El segundo cuadrante se expresa la relación inversa entre el precio de la tela y las cantidades relativas producidas, medidas por la demanda:

$$\frac{Q_m}{Q_t}=\frac{1}{D_t}\frac{D_m+a_tD_t}{(1-a_m)}=\frac{\frac{D_m}{D_t}}{(1-a_m)}+\frac{a_t}{(1-a_m)}$$

El tercer cuadrante expresa la relación directa entre las cantidades producidas y el capital total utlilizado.

$$\frac{K_d}{L}=\frac{\frac{a_t}{a_m}\frac{Q_t}{Q_m}+1}{\frac{l_t}{l_m}\frac{Q_t}{Q_m}+1}*\frac{a_m}{l_m}$$

El cuarto cuadrante se deduce la relación inversa entre tasa de ganancia y capital utilizado.



$$\frac{p_t}{p_m} = \frac{1+\frac{a_t}{l_t}\frac{(1+r)}{w}}{1+\frac{a_m}{l_m}\frac{(1+r)}{w}} * \frac{l_t}{l_m}$$

$$\frac{Q_t}{Q_m} = \frac{1}{D_t}\frac{D_m + a_t D_t}{(1-a_m)} = \frac{\frac{D_t}{D_m}}{(1-a_m)} + \frac{a_t}{(1-a_m)}$$

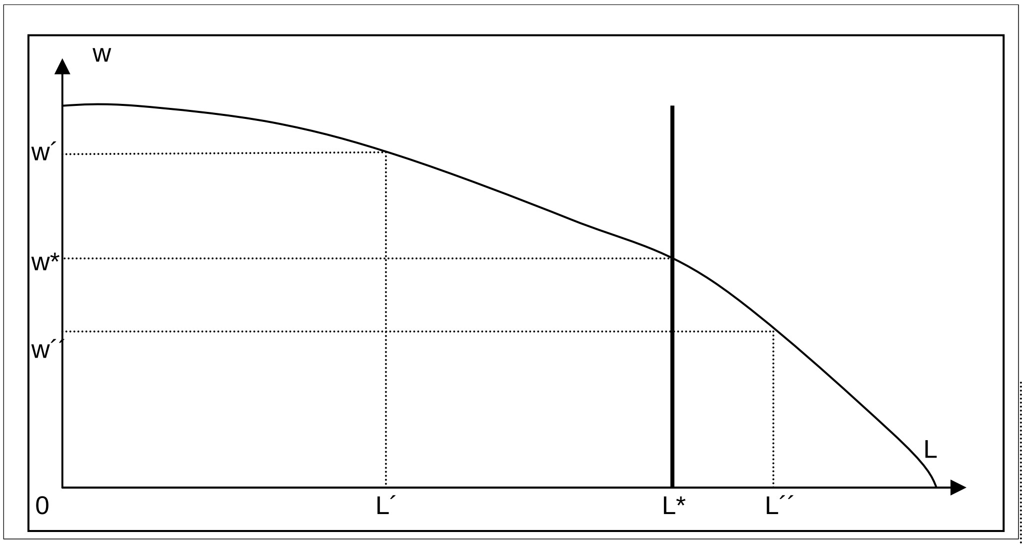
$$\frac{K_d}{L} = \frac{\frac{a_t}{a_m}\frac{Q_t}{Q_m}+1}{\frac{l_t}{l_m}\frac{Q_t}{Q_m}+1} * \frac{a_m}{l_m}$$

Es decir que puede ser extendido para otro factor como el trabajo. Por lo que tanto para el capital como para el trabajo las relaciones de pendiente negativa asignadas a la demanda, dependen crucialmente del supuesto de sustitucion marginal decreciente que en forma directa actúa en la teoría marginalista del consumidor y que de manera indirecta actúa sobre la producción.

La sustituibilidad entre bienes de consumo se resuelve en una sustituibilidad indirecta entre factores de producción, y que junto a la sustituibilidad directa que la teoria deduce de las hipotesis por las que los factores pueden ser usados en proporciones variables, colaboran para obtener una curva de demanda de factores, de pendiente negativa

D-La determinación de la distribución a través del equilibrio de demanda y oferta de factores

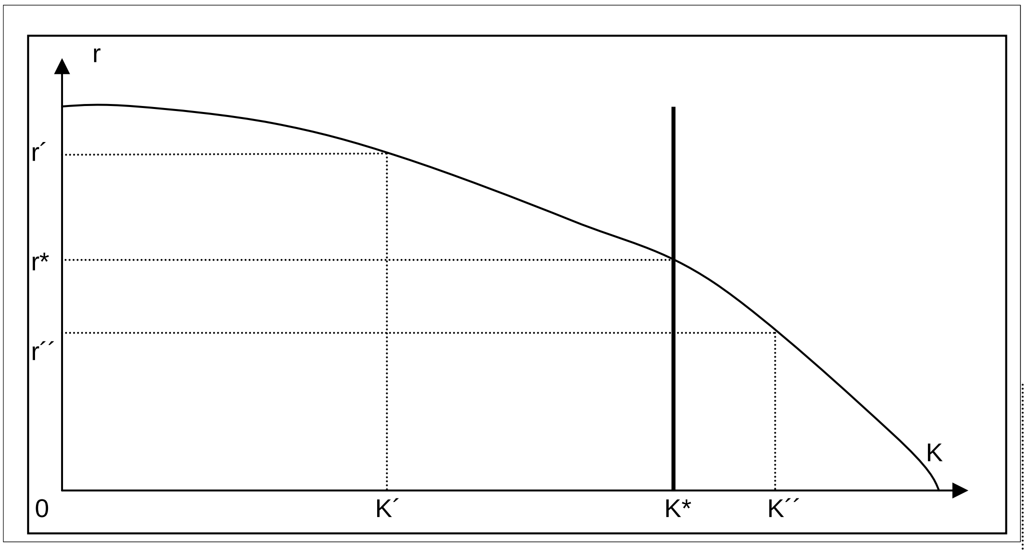
El tercer punto de partida del *core* neoclásico, **la dotación de factores** dada, será usado para asumir que cualquier individuo posee. Pero la decisión de usar todo o parte de sus dotaciones de factores redunda en que no tienen por qué coincidir las cantidades ofertadas y las existentes. Esto es valido para un trabajador que dispone cuanto desea tener tiempo libre, como para el propietario de tierras que decide como usarla (productivamente, o lugar de recreación, etc.
La teoría parte de los gustos de los consumidores no solo para maximizar la satisfacción en el consumo de bienes, sino que también la preferencia de trabajar mas o menos dependiendo de la capacidad adquisitiva que obtendría de una hora de trabajo.



Suponemos para simplificar, que las dotaciones corresponden a lo ofrecido por los propietarios de factores (*K* o *L*). (recta vertical en el grafico para cantidad de trabajo ofrecida)
El salario *w** corresponde al salario de equilibrio, por el cual la demanda de trabajo se iguala a la oferta de trabajo *L**. A dicho *w** de equilibrio, tiende el salario efectivo debido a la concurrencia de trabajadores y empresarios.
Si trabajadores desocupados intentaran ofrecerse, el salario disminuiría a *w´´* correspondiente al exceso de oferta de trabajadores *L´´*, por lo que la demanda de trabajo superaría a la oferta y no todas las empresas lograrían tener los trabajadores que

desean, por lo que el salario comenzaría a subir. Si el salario w se vuelve mayor que *w**, se tendrá entonces que la demanda de trabajadores será menor a la oferta *L´*, haciendo entonces que el salario *w´* tenga que subir hacia w*.

El mismo proceso es análogo para la demanda y oferta del capital.

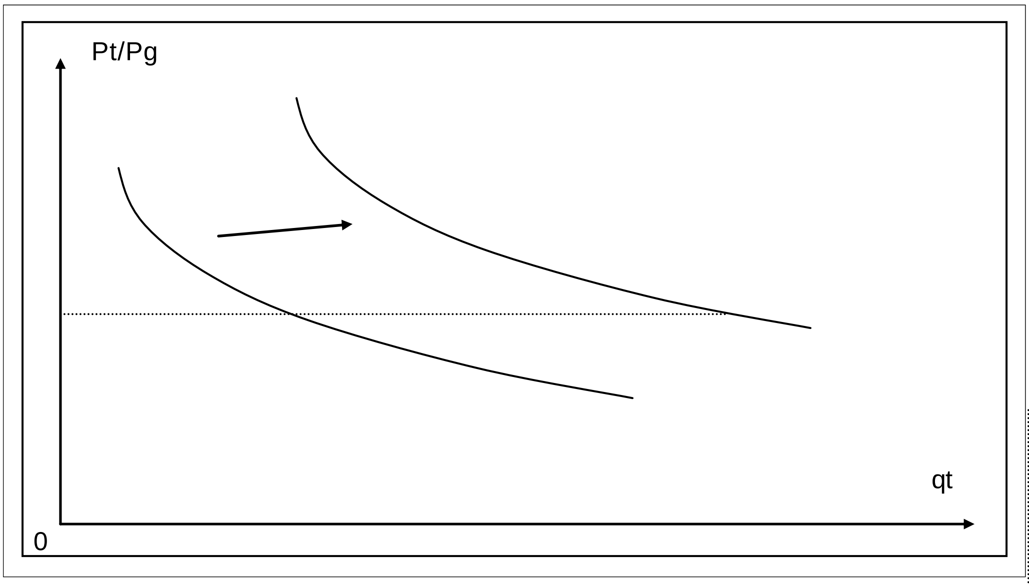


Por lo tanto la teoría afirma la existencia de equilibrio de oferta y demanda de factores para el trabajo y el capital, para una determinada *w** y *r** de equilibrio.
Y tanto para uno como para otro el empleo agregado de capital y trabajo se dan en la proporción $\frac{K*}{L*}$
Se puede entonces decir debido a la simetría de la determinación del capital y el trabajo utilizado, para hallar como se distribuye el producto entre *w** y *r**, proviene de la **escasez relativa de factores.**
Una menor dotación de *K* hará más alto *r* y v.v. Por supuesto que también dependen de los gustos de los consumidores y de las técnicas usadas.
Si los gustos de los consumidores cambian hacia productos que se fabrican con una relación $\frac{K}{L}$ mayor, o bien si la innovación tecnológica hace que los métodos alternativos de producción sean mas capital intensivos, harán que r aumente en relación con w que disminuirá.

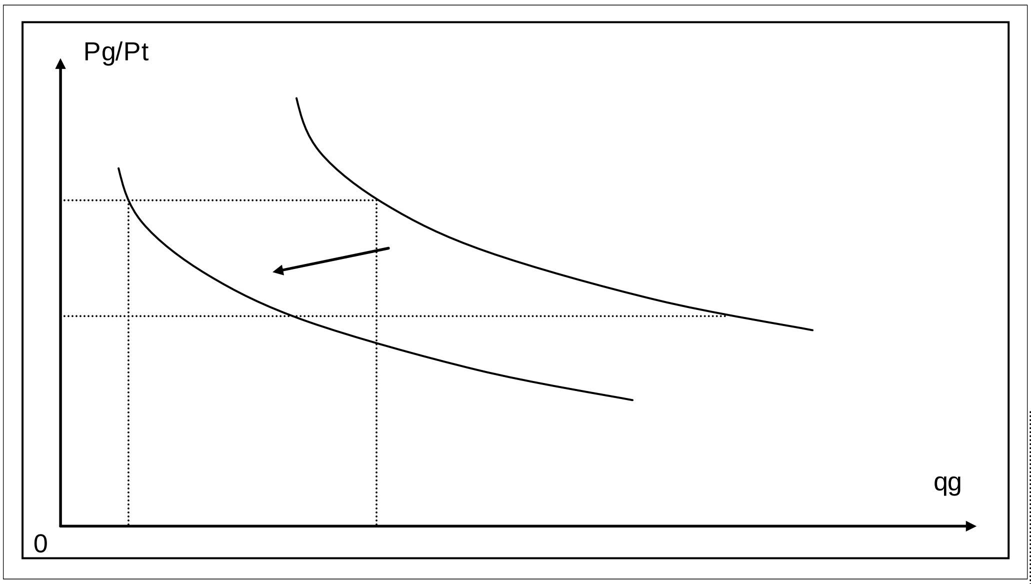
E-La determinación de los precios de equilibrio de los productos.

Se pudo ver como, en la teoría neoclásica, por medio de la oferta y demanda de factores se puede determinar *r* y *w*, y como esto esta relacionado en la determinación de los precios relativos de los productos por medio de la oferta y demanda de los mismos.
Hemos visto en la deducción de las curvas de demanda de factores como colabora en su pendiente la sustituibilidad entre bienes de consumo.
Para obtener ahora la **pendiente de la curva de oferta de una mercancía**, se tomará a la cantidad producida como variable independiente del equilibrio con la demanda, tal

que su precio de producción (que cubre sus costos) se mueve con las variaciones del mismo.
Partiendo del equilibrio en todos los mercados de todos los factores y bienes, se supone que los gustos de los consumidores cambian de manera que para cada valor del precio de la tela en términos del grano la demanda de tela sea mayor, correspondiente a una demanda de grano menor, como puede verse en los gráficos.



La curva de demanda de la tela se corre hacia la derecha, debido a cambios en los gustos.



La curva de demanda del grano se mueve hacia la izquierda debido al cambio en los gustos de los consumidores.

Si se supusiera que los precios relativos de la tela con respecto al grano quedaran constantes, implicaría que las trayectorias horizontales en los gráficos, representarían funciones de oferta horizontales.

Esto solo ocurriría si la intensidad de capital $\frac{K}{L}$ es la misma en los dos bienes (una mercancía).
En cambio, si son diferentes las intensidades de capital $\frac{K}{L}$ (la de la tela mayor que la del grano), implicará que para producir más tela y menos grano, en el mercado de trabajo en equilibrio- **algunos trabajadores del grano deberán pasarse a producir tela**.
Lo que generará una mayor demanda de capital en el sector de la tela (para compensar que la tela tiene mayor $\frac{K}{L}$ en su coeficiente) por sobre la oferta. **Eso generará un aumento de *r***. Pero con un aumento de la tasa de beneficios, las técnicas que se adopten deberán tener una menor intensidad de capital $\frac{K}{L}$. (pendiente negativa de factores).
La tasa *r* crecerá hasta compensar la necesidad de requerimientos de capital inducidos pro la producción aumentada de tela.

Ej. Producción de tela y grano

Cantidades iniciales producidas:
Q_t=50, que se fabrican con 50 trabajadores y con 50 u de grano y
Q_g=50, que se fabrican con 25 trabajadores y con 50 u de grano

Dotación total de L:100
Dotación total de K: 75

los coeficientes son:
Coeficientes unitarios: l_t=1; g_t=1; l_g=1; g_g=0.5

Relación capital/trabajo: $\frac{g_t}{l_t} = 1$ y $\frac{g_g}{l_g} = 0.5$

Existe inicialmente **equilibrio de oferta y demanda de factores: de *L* y de *K*:**

$$D_l = l_t Q_t + l_g Q_g = 50 + 50 = 100 = O_l$$
$$D_k = g_t Q_t + g_g Q_g = 50 + 0.5 * 50 = 75 = O_k$$

Si ante el **cambio de los gustos** de los consumidores, se demanda más tela, vg. **$Q`_t$=60** pero se mantiene el mercado de trabajo con igual oferta y demanda y se usan los mismos coeficientes (técnica) se puede deducir cuanto de grano se producirá:

$$D`_l = l_t Q`_t + l_g Q`_g = 60 + l_g Q`_g = 100 = O_l$$

$$D`_l = 60 + l_g Q`_g = 100 = O_l$$

$$Q`_g = \frac{100-60}{l_g} = \frac{40}{1}$$

Es decir menos grano que antes, puesto que trabajadores fueron para hacer más tela. Mientras que dada la nueva producción de tela (60) y con iguales coeficientes (técnica)

$$D`_k = g_t Q`_t + g_g Q`_g = 60 + 0.5 * 40 = 80 > 75 = O_k$$

la demanda de capital supera a la oferta, **lo que implicará la suba de la tasa de interés *r* y por lo tanto una caída de la tasa de salario *w*.**

Dada esta **suba de *r*** implicará a su vez que los métodos a usarse para producir tela y grano, **serán menos *capital intensivo***, es decir con menores coeficientes $\frac{K}{L}$ o $\frac{\mathrm{G}}{\mathrm{L}}$ (para este ejemplo con grano como bien básico).

Esto puede saberse puesto que las curvas de demanda de factores son de pendiente negativa en esta teoría, como ya habíamos visto.

Una suba de *r* implica una caída de *K*, y una baja de *w* implica una suba de *L*, por lo que los coeficientes unitarios cambian, subiendo los de trabajo (más baratos ahora) y cayendo los de capital (más caros).

Si los coeficientes de trabajo y grano por unidad de producto cambian en consecuencia, por ej.:

Coeficientes unitarios: l_t=1.050; g_t=0.963; l_g=1.050; g_g=0.489

Suben los coeficientes del trabajo y caen los del capital, se tendrá que la relación entre capital y trabajo para la tela y para el grano son:

$$\frac{g_t}{l_t} = 0.917 \quad \text{y} \quad \frac{g_g}{l_g} = 0.466$$

Como habíamos supuesto que la demanda de tela aumentaba **$Q`_t$=60,** implicaba que con igual cantidad de trabajadores (100) parte de los trabajadores se tendrán que ir a trabajar para hacer mas tela, y por lo tanto se producirá menos grano, se puede ver con los nuevos coeficientes **cuanto es la cantidad reducida de grano**.

$$D`_l = l_t Q`_t + l_g Q`_g = 1.05 * 60 + 1.05 * Q`_g = 100 = O_l$$

$$D`_l = 63 + 1.05 * Q`_g = 100 = O_l$$

$$Q`_g = \frac{100-63}{l_g} = \frac{37}{1.05} = 35.24$$

Con ese dato vamos a la ecuación del capital para verificar el equilibrio de capital.

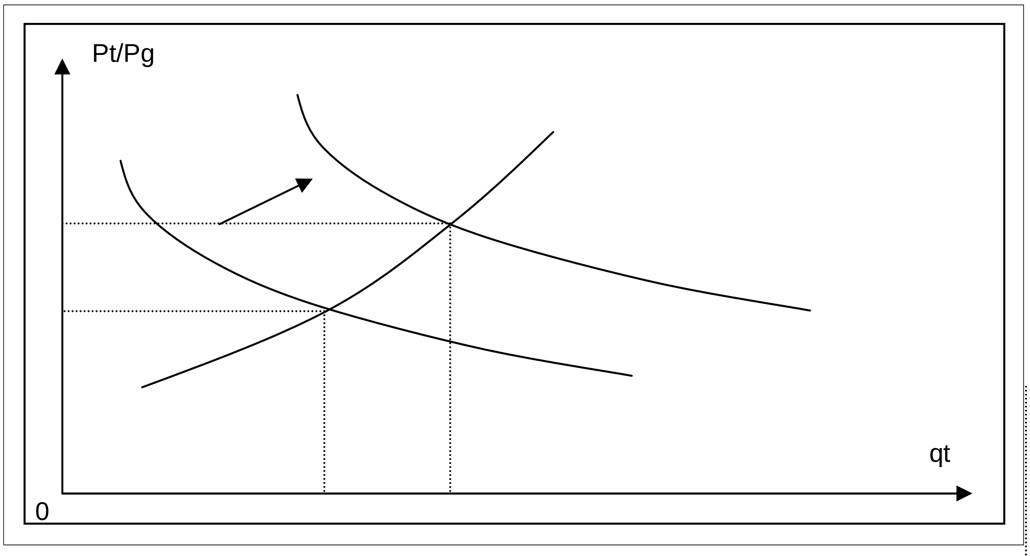
$$D`_k = g_t Q`_t + g_g Q`_g = 0.963 * 60 + 0.489 * \mathbf{35.24} = 75 = O_k$$

que en efecto coincide con la oferta de capital.

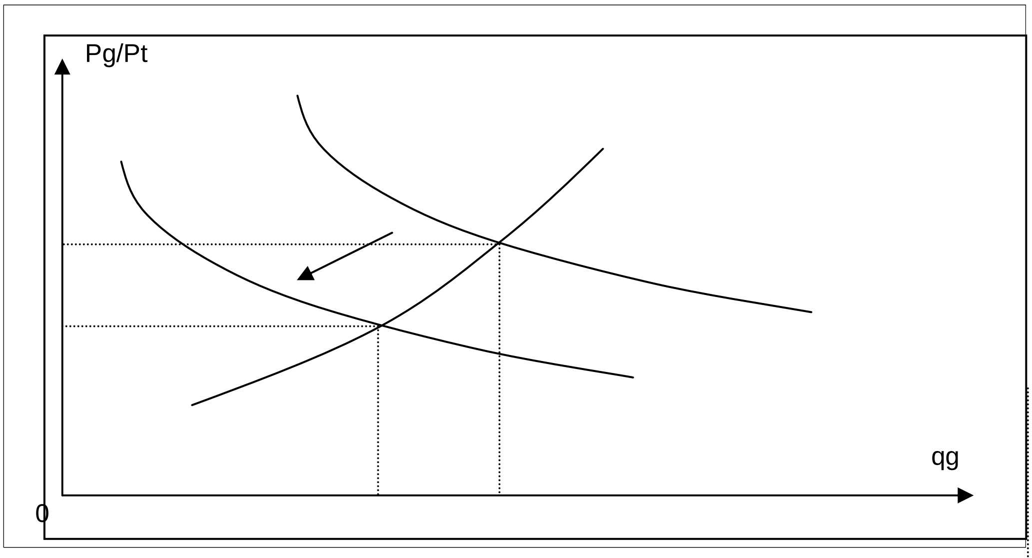
En resumen un aumento de la cantidad producida de tela debe ser acompañado de un aumento de la tasa de beneficios *r* para que el mercado de factores pueda estar en equilibrio sin modificarse. (L=100 y K=75)

$$\frac{p_t}{p_g} = \frac{1 + \frac{g_t}{l_t}\frac{(1+r)}{w}}{1 + \frac{g_t}{l_g}\frac{(1+r)}{w}} * \frac{l_t}{l_g}$$

Un mayor nivel en r implica un precio de la tela relativo al del grano, también mayor, dado que se mantiene una mayor intensidad de capital para hacer tela que grano.
En los gráficos siguientes, se puede ver que la curva de oferta tiene pendiente positiva.



Ante una mayor producción de tela, los precios $\frac{p_t}{p_g}$ de la tela medidos en precio de grano suben



y por otra parte ante menor producción de grano $\frac{p_g}{p_t}$ caen.

Por lo tanto se ha visto que pueden considerarse cinco grupos en que la teoría impone las condiciones que se definen como de Equilibrio General

1- las condiciones relativas a cualquier consumidor con ecuaciones del tipo:

$$\text{Tasa marginal de Sustitución}=\frac{dQ_g}{dQ_t} = -\frac{U_t}{U_g} = -\frac{p_g}{P_t} \text{ (ver apéndice 4)}$$

2- las condiciones relativas a la maximización del beneficio (minimización del costo) con ecuaciones del tipo:

$$\textit{Tasa}\ \text{marginal de Sust.tecnica}\ \frac{\Pi_L}{\Pi_K} = \frac{\frac{\partial \Pi}{\partial L}}{\frac{\partial \Pi}{\partial K}} = \frac{P * f_L}{P * f_K} = \frac{w}{r}$$

ver apéndice 5

3- las ecuaciones de precios de los productos donde el precio de cualquier mercancía es puesto igual a sus costos de producción y tanto precios como cantidades son en general incógnitas a determinar simultáneamente por el uso de los mismos factores y los precios.

4- Las condiciones de equilibrio entre oferta y demanda de factores
5- Las condiciones de equilibrio entre oferta y demanda de mercancías.

Apéndice 4: Maximización de la Utilidad

El planteo de maximización de la función de Utilidad, en el consumo de dos bienes: *g* y *t*, se produce a un determinado nivel de presupuesto dado M, que deriva en las siguientes ecuaciones de maximización con restricciones:

$$MaxU \quad (g, t)$$
$$sa.$$
$$M = Q_g p_g + Q_t P_t$$

se despeja Q_t de la restricción presupuestaria, $Q_t = \frac{M}{P_t} - \frac{p_g}{P_t} Q_g$ obteniéndose la pendiente $-\frac{p_g}{P_t}$, a la que deberá igualarse la pendiente de la función de utilidad:

$dU = 0 = U_g dQ_g + U_t dQ_t$ despejando $\frac{dQ_g}{dQ_t}$

$$\frac{dQ_g}{dQ_t} = -\frac{U_t}{U_g} = -\frac{p_g}{P_t}$$

Apéndice 5: Maximización de los beneficios

El planteo de maximización de los beneficios a partir de la función de producción, implica el planteo de una función de beneficios, constituida por la diferencia entre ingresos y costos.

La función ganancia puede ser expresada como la diferencia entre los ingresos de una firma y sus costos. Así:

$$\Pi = P * F(L,K) - w * L - r * K$$

Nuestra función objetivo a maximizar será Π, y tendremos que hallar *L* y *K* en función de los datos, o sea las cantidades en equilibrio con el * dependen de los parámetros del sistema, precios y distribución: **L^* (P,w, r) y K* (P,w, r).**

Será un problema de maximizar una función sin restricciones, en la cual deberemos hallar por medio de las condiciones de primer orden el punto óptimo (*L*,*K*) y luego verificar que corresponda a un máximo, por medio de las condiciones de segundo orden. (No se hará aquí)

El primer término de Π, corresponde al ingreso de la firma, es el **precio del producto** multiplicado por la **cantidad de producto** realizada. Es un precio por una cantidad física, es decir un valor dinerario.

El segundo término corresponde al costo insumido en la utilización de trabajo, salario por cantidad de trabajadores, es un costo laboral.

El tercer término corresponde al costo insumido en la utilización de capital, su precio por la cantidad de *capital*. Es el costo de capital.

Si planteamos las condiciones de primer orden I) derivando parcialmente respecto al trabajo y al capital

$$\Pi_{\mathrm{L}} = \frac{\partial \Pi}{\partial L} = P * f_L - \mathrm{w} = 0$$

$$\Pi_{\mathrm{K}} = \frac{\partial \Pi}{\partial K} = P * f_K - \mathrm{r} = 0$$

Obtendremos las soluciones **L* (P, w, r)y K*(P, w, r),** que representan como dijimos las cantidades óptimas que implican la existencia de un posible máximo. Dividiendo miembro a miembro queda:

$$\frac{\Pi_{\mathrm{L}}}{\Pi_{\mathrm{K}}} = \frac{\frac{\partial \Pi}{\partial L}}{\frac{\partial \Pi}{\partial K}} = \frac{P * f_L}{P * f_K} = \frac{\mathrm{w}}{\mathrm{r}}$$

Conclusiones

Puede verse de estas **comparaciones entre la teoría clásica y la neoclásica**, que ambas parten de estructuras analíticas completamente diferentes (*cores*). Las diferencias entre ellas distan de ser las de maximizacion

En primer lugar una diferencia se da con la **tasa del salario real** puesto que en la teoría clásica aparece como un dato que permiten determinar la tasa de beneficio y los precios relativos, mientras que en la teoría marginalista constituye en vez una incógnita determinada simultáneamente con la tasa de ganancia r y los precios.

En la **teoría clásica** el salario es determinado por un complejo de circunstancias sociales e históricas, por lo que se considera un dato en el momento de calcular la división de la distribución del ingreso o excedente (residuo).

En la **teoría marginalista**, en cambio, es la oferta y la demanda las que determinan el salario, el ingreso, los precios, las cantidades, en base a un core cuasi natural, esto es: temas de psicología del consumidor, datos de tecnología, circunstancias demográficas que determinan la población y los trabajadores disponibles. Aun la dotación de capital depende de factores psicológicos, en tanto depende de las preferencias de los individuos para determinar cuanto ahorran.

En la explicación **clásica** no se presupone una existencia de relaciones funcionales, o predeterminadas, sino el **producto social físico,** por lo que la determinación de las cantidades se hace en un momento posterior, separado del resto de proceso de determinación de los precios y r. No se toman rendimientos a escala, se desvinculan las cantidades de los precios en relaciones funcionales.

Debido a la critica de la **cantidad de capital** neoclásica por parte de Piero Sraffa, se puede observar que las curvas de demanda de factores no tienen necesariamente pendiente negativa, y por lo tanto los puntos de contacto entre oferta y demanda de factores no son puntos de atracción, y no señalan ningún punto donde las variables converjan.

De hecho se puede remarcar que las relaciones de salario-trabajo y tasa de ganancia–capital pueden ser positivas y no negativas. Solo por la intervención de las hipótesis de sustitución directa e indirecta, implican su signo negativo. (ver C-sustitucion indirecta)

En efecto **si ante una caída de la tasa de beneficio *r*** se diera una caída de $\frac{K}{L}$ (*reversión de capital* y no una suba de $\frac{K}{L}$ como indica la parábola 1 neoclásica), se dará inevitablemente (relación inversa con el salario) **una suba del salario junto a una suba de** $\frac{L}{K}$ lo cual indicaría una relación creciente del salario con el trabajo demandado. Por lo cual el punto de interseccion de oferta y demanda de trabajo se vuelve indeterminado.

Bibliografía:

Ciccone, R y Fratini, (2002), *La teoria marginalista della distribuzione e dei prezzi relativi* Universita deglo Studi Roma Tre.

Ciccone, R y Trezzini, (2002), Teoría Classica. Universita deglo Studi Roma Tre.

Garegnani, P. (1985), Sraffa: Analisi classica e analisi neoclassica, Covegno Production of PCxC.

Sraffa, Piero, (1960) *Producción de mercancías por medio de mercancías*, oikos tau.